Relativité et temps
M.-Ch. Angonin, M. Grould et Ch. Le Poncin-Lafitte
2016-2017

Préparation au contrôle continu du 03 Novembre 2016

Pour l'ensemble de ces exercices, les quadrivecteurs seront notés avec un tilde : $\widetilde{x}, \widetilde{v}, ...$ tandis que les vecteurs habituels en dimension trois seront notés avec la flèche usuelle : $\overrightarrow{x}, \overrightarrow{v}, ...$

Exercice 1 : Une course relativiste

On considère deux véhicules se déplaçant dans une même direction de façon à ce que l'un puisse rattraper l'autre. Cet exercice a pour but de déterminer de plusieurs manières l'instant où les deux véhicules sont côte à côte.
Dans le référentiel du laboratoire $\Re$, supposé être Minkowskien, le véhicule le plus rapide U a une vitesse observée $\overrightarrow{u}$ et le véhicule le plus lent V, une vitesse $\overrightarrow{v}$: $u = \|\overrightarrow{u}\| > v = \|\overrightarrow{v}\|$. Ces deux vitesses sont orientées suivant l'axe Ox et correspondent à un mouvement dans le sens des x positifs. On appelle $\Re'$ le référentiel comobile avec le véhicule le plus lent. On suppose que l'origine O' de ce référentiel coïncide avec O en $t = t' = 0$. De plus, $O'x'$ correspond à la même direction que Ox.
Les deux véhicules sont en $O = O'$ en $t = t' = 0$. Le véhicule V démarre immédiatement. Le véhicule U démarre, dans $\Re$, au temps $t = t_{dép}$.
Dans tout l'exercice, on exprimera les quantités demandées en fonction de $t_{dép}, u$ et v.

1. Dans le référentiel $\Re$, à quel instant le véhicule U rattrape-t-il le véhicule V ? On appellera t_u cet instant. Déterminer de même la position x_u des véhicules à cet instant par rapport à l'origine O de $\Re$.
2. Déterminer les coordonnées $t'_{dép}$ et $x'_{dép}$ du véhicule U au moment où il démarre dans $\Re'$. De même, déterminer les coordonnées t'_u et x'_u correspondant à l'événement où les deux véhicules sont ensemble dans $\Re'$.
3. Démontrer la loi de composition des vitesses, en déduire l'expression de la vitesse u' du véhicule U dans le référentiel $\Re'$.
4. Vérifier à partir des résultats obtenus à la question 2, que la vitesse du véhicule U dans $\Re'$ correspond bien à la vitesse u' calculée à la question 3.

Exercice 2 : Hypéron Σ^-

Un hypéron Σ^- d'énergie cinétique $T = 0,25$ GeV se désintègre en un neutron et un méson π^- suivant la réaction :

$$\Sigma^- \to n + \pi^-$$

On donne les énergies de masses des particules :
$m_\Sigma c^2 = 1197,4$ MeV, $m_n c^2 = 939,55$ MeV, $m_\pi c^2 = 139,6$ MeV.
Dans le référentiel du laboratoire, le vecteur impulsion du méson π^- fait un angle de $\pi/2$ avec la direction de la particule initiale.

1. Donner les quantités conservées lors de cette désintégration.
2. En déduire les énergies cinétiques T_n et T_π des particules émergentes. Applications numériques.
3. Déterminer l'angle entre la direction de la particule initiale et le vecteur impulsion du neutron. Applications numériques.

Exercice 3 : Particules contenant des quarks charmés

Les anneaux de collisions entre un électron (e^-) et son anti-particule le positron (e^+) ont permis de mettre en évidence des particules contenant des quarks charmés :
le ψ de masse $m_1 = 3097$ MeV/c^2 et le ψ' de masse $m_2 = 3686$ MeV/c^2 ,
par l'intermédiaire des réactions :

$$e^+ + e^- \rightarrow \psi$$
$$e^+ + e^- \rightarrow \psi'$$

1. Expliquer quel est l'intérêt d'effectuer ces réactions en utilisant deux faisceaux de particules possédant des impulsions opposées ? Comment appelle-t-on alors le référentiel du laboratoire ?
2. Quelles doivent être alors les énergies cinétiques minimales des e^+ et des e^- nécessaires pour que chacune des deux réactions puissent avoir lieu ? Les masses de l'électron et du positron sont identiques et : $m_e c^2 = 0,511$ MeV
3. Pour chaque réaction, quelle est la vitesse des électrons et positrons ? On exprimera cette vitesse sous la forme de $\beta = \frac{v}{c}$ en donnant l'écart entre β et la valeur 1.

   La particule ψ' peut se désintégrer au repos suivant la réaction :

   $$\psi' \rightarrow \psi + n\pi^+ + n\pi^-$$

   Les mésons chargés π^+ et π^- ont une masse identique : $m_\pi = 139,6$ MeV/c^2.
4. Quelle valeur maximale peut prendre n ? Pour la suite, on prendra $n = 1$.
5. Quelles sont les énergies cinétiques T_+ et T_- des mésons π^+ et π^- lorsque la particule ψ produite est au repos ?
6. Lorsque la particule ψ produite n'est pas au repos, exprimer $cos\theta$ (θ étant l'angle entre les directions de vol des deux mésons produits) en fonction de l'énergie cinétique T de la particule ψ, T_+, T_- et des énergies de masse des particules.
   Indication : on pourra exprimer les pseudo-normes des quadri-impulsions de chaque particule individuellement et utiliser ce résultat dans une égalité concernant les impulsions.

Exercice 4 : Utilisation de l'Effet Doppler-Fizeau pour mesurer la vitesse d'un objet stellaire

Une étoile, fixe dans le référentiel minkowskien $\Re_e$, se déplace radialement par rapport à un observateur O (qui est à l'origine des coordonnées) situé dans un référentiel Minkowskien $\Re$ à la vitesse $\overrightarrow{V}$ parallèle à l'axe Ox. On pose : $\left\|\overrightarrow{V}\right\| = V$.

1. L'étoile émet un rayonnement de fréquence ν_e dans son référentiel propre. L'observateur reçoit ce rayonnement à la fréquence ν.

   1.1 Donner les composantes du quadrivecteur d'onde correspondant à une onde monochromatique plane. On notera ω la pulsation de l'onde et $\overrightarrow{k}$ le vecteur d'onde classique.

   1.2 Déterminer les expressions des composantes du quadrivecteur dans le référentiel $\Re_e$ en fonction des composantes dans le référentiel $\Re$ et des données du problème.

2. Donner la relation entre ω et $\overrightarrow{k}$. En déduire l'expression de l'effet Doppler-Fizeau longitudinal, c'est-à-dire l'expression de ν_e en fonction de ν et de $\beta = \dfrac{V}{c}$.

3. L'observateur reçoit de l'étoile une onde lumineuse fortement décalée vers le rouge. La raie caractéristique Lyman α de l'hydrogène, de longueur d'onde dans le laboratoire $\lambda_e = 126$ nm (longueur propre), est observée à la longueur d'onde $\lambda = 378$ nm.

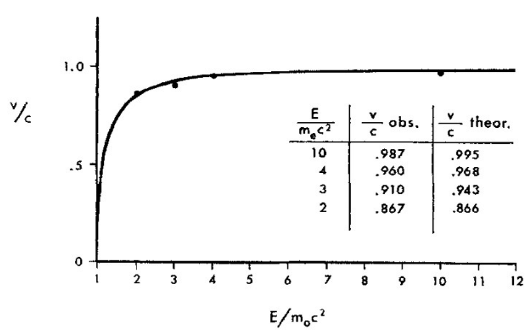
   3.1 En admettant que ce décalage est dû au seul déplacement longitudinal de l'étoile par rapport à l'observateur, calculer la vitesse de cet objet et trouver son sens de déplacement.

   3.2 Quelle valeur de la vitesse aurait-on obtenu si l'on se plaçait uniquement dans le cadre de la théorie newtonienne ? Commenter.

Exercice 5 : Temps de vie des muons

Les muons sont des particules chargées comparables aux électrons bien qu'ils soient environ deux fois plus massifs (leur énergie au repos a été determinée à $105,66$ MeV). Ils ont toutefois une durée de vie finie. Ces particules font partie des produits d'interaction de rayons cosmiques avec l'atmosphère et on sait depuis 1936 qu'il est possible d'en détecter sur la surface de la Terre.

1. Les muons ont le même comportement du point de vue dynamique que les électrons. Or, Bertozzi, en 1949, a effectué une expérience permettant de mesurer la vitesse v des électrons en fonction de leur énergie E. L'expérience a abouti à la courbe ci-dessous.

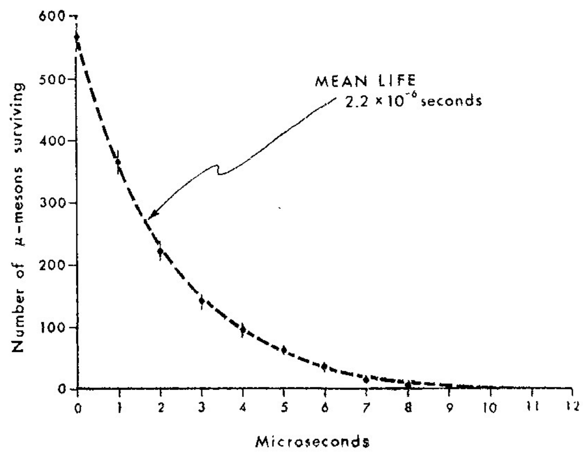


   L'énergie au repos des électrons est de $0,511$ MeV. Expliquer l'allure de cette courbe. Vérifier les valeurs proposées pour $\dfrac{v}{c}$ théorique.

2. On déduit de l'expérience précédente qu'il est possible de sélectionner la vitesse des muons détectés en plaçant le scintillateur (détecteur) juste après une plaque de fer dont l'épaisseur filtre la gamme d'énergie des muons ainsi sélectionnés. En 1963, Frisch et Smith construisirent un détecteur sélectionnant des muons dont l'énergie était 10 à $10,5$ fois l'énergie de repos du muon. Calculer la vitesse moyenne des muons ainsi filtrés.
3. La désintégration du muon suit une loi de désintégration radioactive usuelle. Cette loi établit que le nombre de particules se désintégrant au temps t décroît exponentiellement :

$$N(t) = N_0 \, exp\left(-\frac{t}{\tau}\right)$$

avec N_0 le nombre de particules au temps $t = 0$ et τ le temps de vie de la particule. Frisch et Smith ont effectué l'expérience avec des muons au repos et ont obtenu la courbe ci-dessous correspondant à un temps de vie au repos : $\tau_0 = 2,2 \times 10^{-6}$ s.



Il ont, ensuite, effectué des mesures de détection des muons cosmiques, dont la vitesse moyenne est sélectionnée par le procédé décrit en **(2)**) en deux endroits : au sommet d'une montagne (Mont Washington, USA) à 1910 m et au pied de la montagne (Cambridge, USA) au niveau de la mer. Au sommet de la montagne, le détecteur enregistra 563 ± 10 muons par heure. Au niveau de la mer, il enregistra 408 ± 9 muons par heure.

Quel temps de vie pour les muons cosmiques est observé par cette expérience ? Le résultat obtenu est-il compatible avec la prédiction de la relativité restreinte ?

Jeudi 03 novembre 2016

Corrigé des exercices du contrôle continu de Relativité et Temps

Exercice 1 : Une course relativiste

1- Dans le référentiel $\Re$, $t_u = t_{dép} + \dfrac{v\ t_{dép}}{u-v}$ $\qquad x_u = u\ \dfrac{v\ t_{dép}}{u-v} = v(t_u)$

2- $\begin{cases} ct'_{dép} = \gamma\left(ct_{dép} - \beta x_{dép}\right) \\ x'_{dép} = \gamma\left(x_{dép} - \beta ct_{dép}\right) \end{cases}$ avec $x_{dép} = 0$ $\quad \begin{cases} ct'_{dép} = \gamma ct_{dép} \\ x'_{dép} = -\gamma\beta ct_{dép} \end{cases}$

$\begin{cases} ct'_u = \gamma\left(ct_u - \beta x_u\right) \\ x'_u = \gamma\left(x_u - \beta ct_u\right) \end{cases}$

$$\begin{cases} ct'_u = \gamma\left(c\left(t_{dép} + \dfrac{v\ t_{dép}}{u-v}\right) - \beta u\ \dfrac{v\ t_{dép}}{u-v}\right) = \gamma c\left(t_{dép} + \dfrac{1-\dfrac{uv}{c^2}}{u-v} v t_{dép}\right) \\ x'_u = \gamma\left(u\ \dfrac{v\ t_{dép}}{u-v} - \beta c\left(\dfrac{v\ t_{dép}}{u-v} + t_{dép}\right)\right) = \gamma v t_{dép} - \gamma v t_{dép} = 0 \text{ (ce qui correspond à } O'\text{)} \end{cases}$$

3- La démonstration est dans le cours. :
Soit un point matériel qui se déplace dans un référentiel minkowskien $\Re$. On peut connaître sa "position" (x^1, x^2, x^3) à chaque "instant" (x^0) à l'aide par exemple d'appareils de mesure fixes dans $\Re$ qui donnent l'instant de passage du point matériel à leur proximité. Il est donc possible, dans ce référentiel, de déterminer la vitesse observée $\overrightarrow{V}$ du point matériel dans le référentiel ainsi que sa quadrivitesse $\widetilde{U}$:

$$V^k = c\frac{dx^k}{dx^0} \qquad U^\alpha = \frac{dx^\alpha}{d\tau}$$

avec $d\tau = \dfrac{1}{c}\sqrt{1-\beta^2}dx^0 = \sqrt{1-\beta^2}dt$ et $\beta^2 = \left(\sum_k V^k.V^k\right)/c^2 = \overrightarrow{V} \bullet \overrightarrow{V}$
On a alors :

$$U^0 = \frac{dx^0}{d\tau} = \frac{c}{\sqrt{1-\beta^2}} \qquad U^k = \frac{dx^k}{d\tau} = \frac{V^k}{\sqrt{1-\beta^2}}$$

Soit le référentiel $\Re'$ dont la vitesse dans le référentiel $\Re$ s'écrit : $V_{\Re'/\Re} = V^* = \beta^* c$ et se trouve suivant la direction de l'axe Ox^1.
Les composantes de la vitesse du point matériel dans $\Re'$ et celles dans $\Re$ suivent les relations suivantes :

$$V^k = c\frac{U^k}{U^0} \qquad V'^k = c\frac{U'^k}{U'^0}$$

En reprenant les relations de changement de référentiels, on obtient :

$$V'^1 = c\frac{U^1 - \beta^* U^0}{U^0 - \beta^* U^1} = \frac{V^1 - V^*}{1 - \dfrac{V^1 V^*}{c^2}}$$

$$V'^2 = cU^2\frac{\sqrt{1-\beta^{*2}}}{U^0 - \beta^* U^1} = \frac{V^2\sqrt{1-\beta^{*2}}}{1 - \dfrac{V^1 V^*}{c^2}}$$

$$V'^3 = cU^3\frac{\sqrt{1-\beta^{*2}}}{U^0 - \beta^* U^1} = \frac{V^3\sqrt{1-\beta^{*2}}}{1 - \dfrac{V^1 V^*}{c^2}}$$

Dans le cas particulier de l'exercice, on a :

$$u' = \frac{u - v}{1 - \dfrac{uv}{c^2}}$$

4- $t'_u - t'_{dép} = \gamma \dfrac{1 - \dfrac{uv}{c^2}}{u - v} v t_{dép}$
$x'_u - x'_{dép} = \gamma\beta c t_{dép}$
On a bien : $u' = \dfrac{u - v}{1 - \dfrac{uv}{c^2}} = \dfrac{x'_u - x'_{dép}}{t'_u - t'_{dép}}$

Exercice 2 : Hypéron Σ^-

$$\Sigma^- \to n + \pi^-$$

1- Lors d'une désintégration, comme dans le cas de toute collision, il y a conservation du quadrivecteur énergie-impulsion total et donc de ses composantes. On a donc conservation de l'énergie totale et conservation de l'impulsion totale.
$\boxed{\vec{p_\Sigma} = \vec{p_n} + \vec{p_\pi}}$
$\boxed{E_\Sigma = E_n + E_\pi}$

2- Ecrivons la pseudo-norme du quadrivecteur impulsion-énergie du neutron :
$\left(\frac{E_n}{c}\right)^2 - \vec{p_n}^2 = {m_n}^2 c^2$
Or : $E_n = E_\Sigma - E_\pi$
et $\vec{p_n}^2 = \left(\vec{p_\Sigma} - \vec{p_\pi}\right)^2 = \vec{p_\Sigma}^2 + \vec{p_\pi}^2$
Car : $\vec{p_\Sigma} \bullet \vec{p_\pi} = 0$ d'après l'énoncé.
Or, nous savons que : ${E_\Sigma}^2 = {m_\Sigma}^2 c^4 + \vec{p_\Sigma}^2 c^2$ et ${E_\pi}^2 = {m_\pi}^2 c^4 + \vec{p_\pi}^2 c^2$
On en déduit que : ${E_n}^2 - \vec{p_n}^2 c^2 = {m_\Sigma}^2 c^4 + {m_\pi}^2 c^4 - 2E_\Sigma E_\pi = {m_n}^2 c^4$
On a ainsi : $\boxed{E_\pi = \dfrac{{m_\Sigma}^2 c^4 + {m_\pi}^2 c^4 - {m_n}^2 c^4}{2E_\Sigma}} = 197,49$ MeV (avec $E_\Sigma = m_\Sigma c^2 + T$)
Soit : $\boxed{T_\pi = E_\pi - m_\pi c^2} = 57,89$ MeV

$T_n = E_n - m_n c^2 \boxed{= E_\Sigma - E_\pi - m_n c^2} = 310,36$ MeV

3- On veut déterminer θ tel que : $\vec{p_\Sigma} \bullet \vec{p_n} = \left\|\vec{p_\Sigma}\right\| \left\|\vec{p_n}\right\| cos\theta$

Or on a : $\vec{p_\Sigma} = \vec{p_n} + \vec{p_\pi}$
Si on multiplie les deux côtés de l'équation avec $\vec{p_\Sigma}$, on obtient :
$\left\|\vec{p_\Sigma}\right\|^2 = \vec{p_\Sigma} \bullet \vec{p_n} = \left\|\vec{p_\Sigma}\right\| \left\|\vec{p_n}\right\| cos\theta$
Soit : $\boxed{cos\theta = \frac{\left\|\vec{p_\Sigma}\right\|}{\left\|\vec{p_n}\right\|}}$
Avec les résultats obtenus précédemment sur les énergies, il est possible de déterminer les valeurs des impulsions.
$\left\|\vec{p_\Sigma}\right\| c = \left({E_\Sigma}^2 - {m_\Sigma}^2 c^4\right)^{1/2} = 813,1$ MeV
$\left\|\vec{p_n}\right\| c = \left({E_n}^2 - {m_n}^2 c^4\right)^{1/2} = 824,3$ MeV
On en déduit : $\theta = arccos(\frac{813,1}{824,3}) = 9,5°$

Exercice 3 : Particules contenant des quarks charmés

$$e^+ + e^- \rightarrow \psi$$
$$e^+ + e^- \rightarrow \psi'$$

1- Lorsque les deux faisceaux de particules ont des impulsions opposées, le référentiel du laboratoire est alors le référentiel du centre d'inertie du système de deux particules en collision. L'avantage est que l'énergie de seuil de la réaction est minimale dans ce référentiel.
2- Les électrons et les positrons ayant la même masse, le système des deux particules est symétrique. L'énergie cinétique d'un électron doit donc avoir la même valeur que celle d'un positron. L'énergie cinétique minimale (de seuil) d'un électron ou d'un positron pour qu'une réaction créant une particule puisse avoir lieu a donc pour valeur :
$\boxed{T_s = m_{part}c^2/2 - m_e c^2}$
Pour créer une particule ψ : $T_\psi = 1548$ MeV
Pour créer une particule ψ' : $T_{\psi'} = 1842,5$ MeV

3- On a : $T_s = (\gamma - 1)m_e c^2$
$\beta = \sqrt{1 - \left(\frac{m_e c^2}{T_s + m_e c^2}\right)^2}$
Il est possible d'effectuer un calcul direct ou de faire un développement limité en $\frac{m_e c^2}{T_s + m_e c^2}$:
$$\boxed{\beta = \left(\frac{m_e c^2}{T_s + m_e c^2}\right)^2 /2}$$
Pour créer une particule ψ : $1 - \beta = 5,45 \times 10^{-8}$
Pour créer une particule ψ' : $1 - \beta = 3,85 \times 10^{-8}$

$$\psi' \rightarrow \psi + n\pi^+ + n\pi^-$$

4- Il faut que l'énergie du ψ' dans son référentiel soit suffisante pour créer les n π^+ et π^- en plus du ψ.
Il faut donc que : $m_2c^2 \geq 2nm_\pi c^2 + m_1c^2$
$\boxed{n \leq \frac{m_2 - m_1}{2m_\pi}}$ On peut donc avoir $n = 1$ ou 2.
5- Si la particule ψ est au repos, la somme des impulsions des deux particules π doit être nulle. Comme elles ont la même masse, elles ont la même énergie cinétique. D'après la conservation de l'énergie totale de l'ensemble des particules avant et après le choc, on a donc :
$m_2c^2 = 2 \times (m_\pi c^2) + T_+ + T_- + m_1c^2$
$T_+ = T_- = (m_2 - m_1 - 2m_\pi)c^2/2 = 154,9$ MeV
6- Comme suggéré, exprimons les pseudo-normes des impulsions des π :
$(m_\pi c^2 + T_+)^2 - p_+^2c^2 = m_\pi c^2$ et $(m_\pi c^2 + T_-)^2 - p_-^2c^2 = m_\pi c^2$
avec p_+ et p_- les normes des vecteurs impulsions des particules π^+ et π^-
Il en découle :
$T_+(2m_\pi c^2 + T_+) = p_+^2c^2$ et $T_-(2m_\pi c^2 + T_-) = p_+^2c^2$
De même, nous avons pour la particule incidente :
$T(2m_{\psi'}c^2 + T) = p^2c^2$ avec p norme du vecteur impulsion de la particule.
Or, d'après la conservation de l'impulsion observée dans le référentiel du laboratoire :
$\left(\vec{p_+} + \vec{p_-}\right)^2 = p^2$
${p_+}^2 + {p_-}^2 + 2p_+p_-cos\theta = p^2$
$cos\theta = \frac{p^2 - {p_+}^2 - {p_-}^2}{2p_+p_-}$
En utilisant toutes les relations précédentes, on obtient :
$$\boxed{cos\theta = \frac{T(T + 2m_1c^2) - T_+(T_+ + 2m_\pi c^2) - T_-(T_- + 2m_\pi c^2)}{\sqrt{2T_+T_-(T_+ + 2m_\pi c^2)(T_- + 2m_\pi c^2)}}}$$

Exercice 4 : Utilisation de l'Effet Doppler-Fizeau pour mesurer la vitesse d'un objet stellaire

Une étoile, fixe dans le référentiel minkowskien $\Re_e$, se déplace par rapport à un observateur O situé dans un référentiel Minkowskien $\Re$ à la vitesse $\vec{V}$ parallèle à l'axe Ox. On pose : $\left\|\vec{V}\right\| = V$.
L'étoile émet un rayonnement de fréquence ν_e dans son référentiel propre. L'observateur reçoit ce rayonnement à la fréquence ν.
1.1- Donner les composantes du quadrivecteur d'onde correspondant à une onde monochromatique plane. On notera ω la pulsation de l'onde et $\vec{k}$ le vecteur d'onde classique.
$\left(\frac{\omega}{c}, k_x, k_y, k_z\right)$
1.2- Déterminer les expressions des composantes du quadrivecteur dans le référentiel $\Re_e$ en fonction des composantes dans le référentiel $\Re$ et des données du problème.
$\begin{cases} \frac{\omega_e}{c} = \gamma\left(\frac{\omega}{c} + \beta k_x\right) \\ k_{ex} = \gamma\left(k_x + \beta\frac{\omega}{c}\right) \end{cases}$
2- Donner la relation entre ω et $\vec{k}$.
$$\frac{\omega}{c} = k_x$$

En déduire l'expression de l'effet Doppler-Fizeau longitudinal, c'est-à-dire l'expression de ν_e en fonction de ν et de $\beta = \dfrac{V}{c}$.

$$\omega_e = \sqrt{\frac{1+\beta}{1-\beta}}\omega \qquad \frac{\nu_e}{\nu} = \sqrt{\frac{1+\beta}{1-\beta}} = \frac{\lambda}{\lambda_e}$$

3.1- L'observateur reçoit de l'étoile une onde lumineuse fortement décalée vers le rouge. La raie caractéristique Lyman α de l'hydrogène, de longueur d'onde dans le laboratoire $\lambda_e = 126$ nm (longueur propre), est observée à la longueur d'onde $\lambda = 378$ nm.
En admettant que ce décalage est dû au seul déplacement longitudinal de l'étoile par rapport à l'observateur, calculer la vitesse de cet objet et trouver son sens de déplacement.

$$\frac{\lambda}{\lambda_e} = \sqrt{\frac{1+\beta}{1-\beta}} = 3$$

$$\beta = \frac{9-1}{9+1} = 0,8 \qquad V = 2,4\ 10^8 \mathrm{m.s}^{-1}$$

3.2- Quelle valeur de la vitesse aurait-on obtenu si l'on se plaçait uniquement dans le cadre de la théorie newtonienne ? Commenter.

$$\frac{\lambda}{\lambda_e} = 1+\beta \qquad \beta = 2$$ ce qui est supérieur à la vitesse de la lumière...

Exercice 5 : Temps de vie des muons

1- Expliquer l'allure de cette courbe. Vérifier les valeurs proposées pour $\dfrac{v}{c}$ théorique.

$$E = \gamma mc^2 = \frac{1}{\sqrt{1-\left(\frac{v}{c}\right)^2}} mc^2$$

La courbe a pour équation : $\dfrac{v}{c} = \sqrt{\dfrac{\left(\dfrac{E}{mc^2}\right)^2 - 1}{\left(\dfrac{E}{mc^2}\right)^2}}$

Applications numériques :

$$\sqrt{\frac{2^2-1}{2^2}} = 0.866 \qquad \sqrt{\frac{3^2-1}{3^2}} = 0.943$$

$$\sqrt{\frac{4^2-1}{4^2}} = 0.968 \qquad \sqrt{\frac{10^2-1}{10^2}} = 0.995$$

2- Calculer la vitesse moyenne des muons ainsi filtrés.

$$\sqrt{\frac{10^2-1}{10^2}} = 0.995 \qquad \sqrt{\frac{10.5^2-1}{10.5^2}} = 0.995\,45$$

La moyenne est donc : $\dfrac{v_{moyen}}{c} = 0.9952$

3- temps de vie au repos : $\tau_0 = 2,2 \times 10^{-6}$ s.

$$N(t) = N_0\ e^{-\frac{t}{\tau}} \qquad \frac{t}{\tau} = \ln\frac{N_0}{N}$$

$$\tau = \frac{t}{\ln\frac{N_0}{N}}$$

Or t est le temps de parcours des particules entre les deux points de mesure : $t = \dfrac{h}{v_{moyen}}$

$$\tau = \frac{\dfrac{1910}{0.9952 \times 299792458}}{\ln \dfrac{563}{408}} = 1.9881 \times 10^{-5}$$

Par ailleurs, la dilatation des temps prédit :

$$\tau_{th} = \tau_0 \frac{1}{\sqrt{1 - \left(\frac{v_{moyen}}{c}\right)^2}} = 2.2 \times 10^{-6} \times 10.2 = 2.\,244 \times 10^{-5} \text{ s}$$

Ce qui, en prenant en compte les barres d'erreur, n'est pas incompatible.