Master de sciences et technologies
Mécanique quantique appliquée (MU003) Décembre 2006

Examen (Session 1 : <u>**durée 2h**</u>)

Après avoir lu l'ensemble du problème, on pourra traiter les quatre parties dans un ordre quelconque. Les parties I, II et IV sont obligatoires ainsi que la première question de la partie III. Les questions III-2 et III-3 peuvent rapporter des points supplémentaires.

L'espace des états d'un atome à deux niveaux est un espace de dimension 2 dont $\{|a\rangle\,,\ |b\rangle\}$ constitue une base orthonormée.

En l'absence de perturbations, l'évolution de l'atome est régie par l'hamiltonien H_0 :
$H_0 = |a\rangle\,\mathcal{E}_a\,\langle a| \ + \ |b\rangle\,\mathcal{E}_b\,\langle b|$ où $\mathcal{E}_a$ et $\mathcal{E}_b$ sont des nombres réels.

Par la suite nous posons $\omega_a = \mathcal{E}_a/\hbar$ et $\omega_b = \mathcal{E}_b/\hbar$ ainsi que $\omega_0 = (\mathcal{E}_b - \mathcal{E}_a)/\hbar$; nous supposons $\omega_0 > 0$.

I- Première partie

On suppose que l'atome évolue sous l'effet de l'hamiltonien $H = H_0$. A l'instant t_{ini} il est dans l'état $|\psi\rangle_{(t_{ini})} = X\,|a\rangle + Y\,|b\rangle$, à l'instant t, il est dans l'état $|\psi\rangle_{(t)} = C_a\,(t)\ \ |a\rangle + C_b\,(t)\ \ |b\rangle$.

1- Donner les valeurs propres et les vecteurs propres de H_0. Donner, en fonction de X, Y, ω_a, ω_b et $t - t_{ini}$, l'expression de $C_a(t)$ et $C_b(t)$.

2- On effectue, à l'instant t, une mesure de l'énergie. Donner les résultats possibles, leurs probabilités ainsi que l'état du système immédiatement après la mesure dans chacun des cas.

3- On considère la représentation $|a\rangle \rightarrow \begin{bmatrix}1\\0\end{bmatrix}$ et $|b\rangle \rightarrow \begin{bmatrix}0\\1\end{bmatrix}$. Donner la représentation matricielle[1] de H_0. Vérifier la relation $|\psi\rangle_{(t)} = \hat{U}\ \ |\psi\rangle_{(t_{ini})}$ où $\hat{U}$ est un opérateur dont on donnera la représentation matricielle.

II- Deuxième partie

On suppose que les atomes évoluent sous l'effet de l'hamiltonien $H = H_0 + H_{01}$, avec
$H_{01} = |a\rangle\,V_0\,\langle b| \ + \ |b\rangle\,V_0\,\langle a|$ où V_0 est une constante considérée comme un infiniment petit du premier ordre.

1- On sait que H_{01}, est hermitique. Quelle condition cela implique-t-il sur V_0 ?
Dans le cadre d'une théorie de perturbations limitée au premier ordre, donner, en fonction de $\mathcal{E}_a$, $\mathcal{E}_b$ et éventuellement V_0, les valeurs propres de H ainsi que l'expression des vecteurs propres de H correspondants.

2- Le système est dans l'état $|\psi\rangle = |a\rangle$. On effectue alors une mesure de l'énergie. Donner les résultats possibles de la mesure ainsi que leurs probabilités (on utilisera les résultats de la question précédente et on ne conservera de la perturbation que les effets d'ordre le plus bas).

On vérifiera que les corrections obtenues en fonction de V_0 sont du second ordre. Cela signifie-t-il qu'il faut développer la théorie des perturbations au second ordre (dans la question II-1) ?

III- Troisième partie (les questions III-2 et III-3 sont facultatives, à bonus)

On peut, en utilisant l'expression de P_b donnée ci-dessous, passer directement à la partie IV (après avoir, cependant, assimilé les définitions posées et compris la nature du problème étudié).

Selon l'intervalle de temps considéré, l'atome est soumis tantôt à l'hamiltonien H_0, tantôt à l'hamiltonien dépendant du temps $H_0 + H_1$, avec $H_1 = V_0 \sin \omega t\ \ (|a\rangle\,\langle b| \ + \ |b\rangle\,\langle a|)$ où V_0 est, comme précédemment, un nombre réel infiniment petit du premier ordre. On admettra les résultats suivants où $\hat{S}$, $\hat{D}$ et $\hat{\Sigma}$ sont des opérateurs :

<u>*Intervalle 1*</u> : Soumis à l'hamiltonien H_0, les atomes évoluent librement jusqu'à l'instant t_0. A cet instant ils sont dans l'état $|\psi\rangle_{(t_0)} = A\,|a\rangle + B\,|b\rangle$.

<u>*Intervalle 2*</u> : Entre les instants t_0 et $t_1 = t_0 + \tau$, les atomes sont soumis à l'hamiltonien $H_0 + H_1$. A l'instant t_1 les atomes sont dans l'état $|\psi\rangle_{(t_1)} = \hat{S}\,|\psi\rangle_{(t_0)}$.

<u>*Intervalle 3*</u> : Entre t_1 et $t_2 = t_1 + T$, les atomes sont de nouveau soumis à l'hamiltonien H_0. A l'instant t_2 les atomes sont dans l'état $|\psi\rangle_{(t_2)} = \hat{D}\,|\psi\rangle_{(t_1)}$.

[1] On utilisera le même symbole pour désigner un opérateur et sa représentation matricielle.

Intervalle 4 : Entre t_2 et $t_3 = t_2 + \tau$, les atomes sont de nouveau soumis à l'hamiltonien $H_0 + H_1$. L'état du système à l'instant t_3 est $|\psi\rangle_{(t_3)} = \hat{\Sigma}\,|\psi\rangle_{(t_2)}$.

Intervalle 5 : Pour $t > t_3$ les atomes sont libres, l'hamiltonien est H_0

On admettra en outre que la solution de l'équation d'évolution fournit, au premier ordre, les résultats suivants :
$\hat{S} = \begin{bmatrix} e^{-i\omega_a\tau} & e^{-i\omega_a\tau}\Theta \\ e^{-i\omega_b\tau}(-\Theta)^* & e^{-i\omega_b\tau} \end{bmatrix}$ avec $\Theta = \dfrac{iV_0}{2\hbar} e^{i\omega_0 t_0} e^{i\delta t_0} \dfrac{\left(e^{i\delta\tau} - 1\right)}{\delta}$, tandis que $(\ )^*$ est le complexe conjugué de $(\ )$. Suivant l'usage, nous avons introduit le "désaccord" $\delta = \omega - \omega_0$. En outre, l'opérateur $\hat{\Sigma}$ jouant, entre t_2 et t_3, un rôle équivalent à celui que joue $\hat{S}$ entre t_0 et t_1, on en déduit $\hat{\Sigma} = \begin{bmatrix} e^{-i\omega_a\tau} & e^{-i\omega_a\tau}\Lambda \\ e^{-i\omega_b\tau}(-\Lambda)^* & e^{-i\omega_b\tau} \end{bmatrix}$.

1- Exprimer Λ en fonction de Θ, de ω_0, δ, T et τ.

En utilisant les résultats de la question I-3, donner la représentation matricielle de $\hat{D}$ en fonction de $\omega_a T$ et $\omega_b T$.

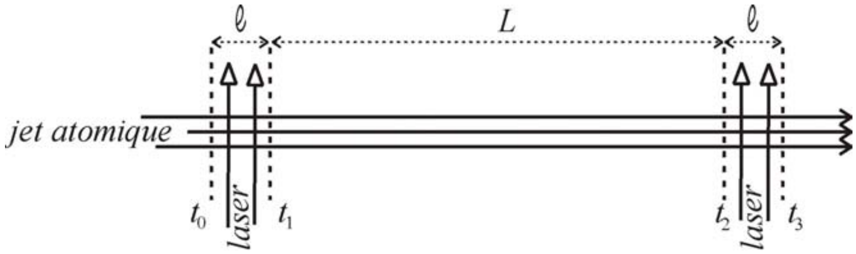
2- Démontrer la relation $|\psi\rangle_{(t_3)} = \hat{M}\,|\psi\rangle_{(t_0)}$. Exprimer $\hat{M}$ sous la forme du produit de trois opérateurs.

Donner l'expression de la matrice représentant $\hat{M}$. On se limitera aux termes du premier ordre seulement.

3- A l'instant t_0, l'atome est dans l'état $|a\rangle$ (c'est à dire que $A = 1$ et $B = 0$). A l'instant $t > t_3$ on mesure l'énergie. Démontrer la relation $P_b = \alpha \dfrac{\sin^2(\delta\tau/2)}{\delta^2} \times \sin^2\left(\delta\left(T+\tau\right)/2 + \varphi\right)$ où P_b, est la probabilité de trouver la valeur $\mathcal{E}_b$ tandis que α et φ sont des constantes dont on donnera l'expression.

IV- Quatrième partie

Pour réaliser l'expérience décrite ci-dessus on dispose d'un jet d'atomes de calcium, ${}^{40}Ca$, homocinétique, de vitesse v où tous les atomes sont dans leur niveau fondamental (voir la figure).



Le jet pénètre dans une zone de largeur ℓ, illuminée par un laser où il subit la perturbation décrite par H_1. L'atome sort de cette première zone, il parcourt alors la distance L sans perturbation, puis pénètre dans une seconde zone, identique à la précédente où, de nouveau, son hamiltonien est $H_0 + H_1$. A la sortie de cette seconde zone on mesure le flux Φ_b d'atomes dans l'état $|b\rangle$.

1- Exprimer T et τ en fonction de ℓ, L et v.

La vitesse v est de l'ordre de $500\,\mathrm{m\,s^{-1}}$. Donner l'ordre de grandeur de T et τ pour $L \simeq 3\,\mathrm{cm}$ et $\ell \simeq 4\,\mathrm{mm}$. Donner l'ordre de grandeur de la température du four dont sont issus les atomes (On donne la masse du nucléon : $m_N \simeq 1,67 \times 10^{-27}\,\mathrm{kg}$, ainsi que la constante de Boltzmann : $k_B \simeq 1,38 \times 10^{-23}\,\mathrm{J\,K^{-1}}$)

2- Préciser qualitativement l'effet de la désexcitation spontanée des atomes dans l'état $|b\rangle$. Le temps de vie moyen de l'état excité est de l'ordre de $0,4\,\mathrm{ms}$. Pensez vous que le fait de ne pas considérer le phénomène de désexcitation spontanée est justifié ?

3- Justifier le fait que Φ_b puisse être considéré comme proportionnel à P_b lorsque δ varie.
Représenter l'allure du graphe de la fonction $\delta \mapsto \Phi$. Ce graphe présente le phénomène connu sous le nom de "franges de Ramsey" (prix Nobel de physique en 1989). Justifier cette expression.

∘∘∘∘∘∘∘∘∘∘∘∘∘∘∘∘∘∘∘∘∘∘∘∘∘

N.B. On rappelle sans autres explications les formules d'itération

$$|\delta E\rangle = \langle\phi_0|\,H_1\,|\phi\rangle \text{ et } |\delta\phi\rangle = \sum_{k(k\neq n)} |u_k\rangle \frac{\langle u_k|\,H_1\,|\phi\rangle}{\mathcal{E}_n - \mathcal{E}_k}\left(1 + \frac{\delta E}{\mathcal{E}_k - \mathcal{E}_n} + \left(\frac{\delta E}{\mathcal{E}_k - \mathcal{E}_n}\right)^2 + \ldots\right)$$

Master de sciences et technologie.

Mécanique quantique appliquée (MU003)

Décembre 2006

Examen (Session 1)

corrigé

Première partie

1- Donner les valeurs propres et les vecteurs propres de H_0 : $\boxed{\begin{array}{l} |a\rangle \text{ pour la valeur propre } \mathcal{E}_a \\ |b\rangle \text{ pour la valeur propre } \mathcal{E}_b \end{array}}$

$\boxed{C_a(t) = Xe^{-i\omega_a(t-t_{ini})} \quad \text{et } C_b(t) = Ye^{-i\omega_b(t-t_{ini})}}$

Remarquons la relation matricielle $\begin{bmatrix} C_a(t) \\ C_b(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} e^{-i\omega_a(t-t_{ini})} & 0 \\ 0 & e^{-i\omega_b(t-t_{ini})} \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} X \\ Y \end{bmatrix}$.

2-

résultat	probabilité	état après
$\mathcal{E}_a$	$\dfrac{\lvert X\rvert^2}{\lvert X\rvert^2+\lvert Y\rvert^2}$	$\lvert a\rangle$
$\mathcal{E}_b$	$\dfrac{\lvert Y\rvert^2}{\lvert X\rvert^2+\lvert Y\rvert^2}$	$\lvert b\rangle$

3- $\boxed{H_0 = \begin{bmatrix} \mathcal{E}_a & 0 \\ 0 & \mathcal{E}_b \end{bmatrix}}$ De la relation matricielle de la question 1, on déduit $\boxed{U = \begin{bmatrix} e^{-i\omega_a(t-t_{ini})} & 0 \\ 0 & e^{-i\omega_b(t-t_{ini})} \end{bmatrix}}$

Deuxième partie

Les atomes précédents sont soumis à une perturbation dont l'hamiltonien correspondant est $H_{01} = |a\rangle V_0 \langle b| + |b\rangle V_0 \langle a|$ où V_0 est une constante complexe considérée comme un infiniment petit du premier ordre.

1- $H = H_0 + H_{01}$, est hermitique $\Longrightarrow$ $\boxed{V_0 \text{ est réel.}}$.

<u>Calcul au premier ordre</u>

- $E_a = \mathcal{E}_a + \delta E$ avec $\delta E = \langle a| H_{01} |a\rangle = 0$, $|\phi_a\rangle = |a\rangle + |\delta\phi\rangle$ avec $|\delta\phi\rangle = |b\rangle \dfrac{\langle b| H_{01} |a\rangle}{\mathcal{E}_b - \mathcal{E}_a}$
- $E_b = \mathcal{E}_a + \delta E$ avec $\delta E = \langle b| H_{01} |b\rangle = 0$, $|\phi_b\rangle = |b\rangle + |\delta\phi\rangle$ avec $|\delta\phi\rangle = |a\rangle \dfrac{\langle a| H_{01} |b\rangle}{\mathcal{E}_a - \mathcal{E}_b}$, d'où en résumé, au premier ordre il vient

Valeur propre	vecteur propre
$E_a = \mathcal{E}_a + O_2$	$\lvert a\rangle - \dfrac{V_0}{\hbar\omega_0} \lvert b\rangle + O_2 = \lvert \phi_a\rangle$
$E_b = \mathcal{E}_b + O_2$	$\lvert b\rangle + \dfrac{V_0}{\hbar\omega_0} \lvert a\rangle + O_2 = \lvert \phi_b\rangle$

[<u>Calcul au second ordre</u> (pas demandé)

- $E_a = \mathcal{E}_a + \delta E$ avec

$$\delta E = \langle a| H_{01} |\phi_a\rangle = -\frac{{V_0}^2}{\hbar\omega_0} \text{ et } |\delta\phi\rangle = |b\rangle \frac{\langle b| H_{01} |\phi_a\rangle}{\mathcal{E}_b - \mathcal{E}_a} \left(1 + \frac{\delta E}{\mathcal{E}_a - \mathcal{E}_b}\right) = |b\rangle \frac{V_0}{\hbar\omega_0} \left(1 - \left(\frac{V_0}{\hbar\omega_0}\right)^2 + ...\right)$$

- $E_b = \mathcal{E}_b + \delta E$ avec

$$\delta E = \langle a| H_{01} |\phi_b\rangle = \frac{{V_0}^2}{\hbar\omega_0} \text{ et } |\delta\phi\rangle = |b\rangle \frac{\langle b| H_{01} |\phi_b\rangle}{\mathcal{E}_a - \mathcal{E}_b} \left(1 + \frac{\delta E}{\mathcal{E}_b - \mathcal{E}_a}\right) = |b\rangle \frac{-V_0}{\hbar\omega_0} \left(1 + \left(\frac{V_0}{\hbar\omega_0}\right)^2 + ...\right)$$

En résumé

$$\boxed{\begin{array}{ll} \text{Valeur propre} & \text{Vecteur propre} \\ E_a = \mathcal{E}_a - \dfrac{{V_0}^2}{\hbar\omega_0} + O_3 & |a\rangle - \dfrac{V_0}{\hbar\omega_0}|b\rangle + O_3 = |\phi_a\rangle \\ E_b = \mathcal{E}_b + \dfrac{{V_0}^2}{\hbar\omega_0} + O_3 & |b\rangle + \dfrac{V_0}{\hbar\omega_0}|a\rangle + O_3 = |\phi_b\rangle \end{array}}$$

Remarquons qu'un calcul exact est possible. Il donne

$$\boxed{\begin{array}{ll} \text{Valeur propre} & \text{Vecteur propre} \\ E_a = \dfrac{1}{2}\left(\mathcal{E}_a + \mathcal{E}_b - \sqrt{(\mathcal{E}_b - \mathcal{E}_a)^2 + 4{V_0}^2}\right) & |a\rangle + \dfrac{E_a - \mathcal{E}_a}{V_0}|b\rangle = |\phi_a\rangle \\ E_b = \dfrac{1}{2}\left(\mathcal{E}_a + \mathcal{E}_b + \sqrt{(\mathcal{E}_b - \mathcal{E}_a)^2 + 4{V_0}^2}\right) & |b\rangle + \dfrac{E_b - \mathcal{E}_b}{V_0}|a\rangle = |\phi_b\rangle \end{array}} \quad \Big]$$

2- L'état initial, sur lequel s'effectue la mesure est $|\psi\rangle = |a\rangle$. Le vecteur propre correspondant est $|\phi_a\rangle = |a\rangle + (\eta_1 + \eta_2 + ...)\,|b\rangle$, la valeur propre correspondante est $E_a = \mathcal{E}_a + ...$ Le résultat de la mesure est donc (au premier ordre) $\mathcal{E}_a$, avec la probabilité $P_a = \dfrac{\langle\psi\,|\phi_a\rangle\,\langle\phi_a\,|\psi\rangle}{\langle\phi_a\,|\phi_a\rangle\,\langle\psi\,|\psi\rangle} = \dfrac{1}{\langle\phi_a\,|\phi_a\rangle} = \dfrac{1}{1+|\eta_1|^2} = 1 - |\eta_1|^2$

La proba de $E_b = \mathcal{E}_b + ...$ est $P_b = \dfrac{\langle\psi\,|\phi_b\rangle\,\langle\phi_b\,|\psi\rangle}{\langle\phi_b\,|\phi_b\rangle\,\langle\psi\,|\psi\rangle}$ avec $|\phi_b\rangle = |b\rangle + (\xi_1 + \xi_2 + ...)\,|a\rangle$ d'où $P_b = \dfrac{|\xi_1|^2}{1}$ à l'ordre le plus bas.

Conclusion : Bien que les corrections d'ordre le plus bas soient du second ordre $\left(|\eta_1|^2 \text{ et } |\xi_1|^2\right)$, elles sont obtenues dans le cadre de la théorie du premier ordre.

$$\boxed{\begin{array}{lll} \text{résultat} & \text{immédiatement après} & \text{probabilité} \\ \mathcal{E}_a + O_2 & |\phi_a\rangle = |a\rangle - \dfrac{V_0}{\hbar\omega_0}|b\rangle + O_2 & P_a = 1 - \left(\dfrac{V_0}{\hbar\omega_0}\right)^2 + O_3 \\ \mathcal{E}_b + O_2 & |\phi_b\rangle = |b\rangle + \dfrac{V_0}{\hbar\omega_0}|a\rangle + O_2 & P_b = \left(\dfrac{V_0}{\hbar\omega_0}\right)^2 + O_3 \end{array}}$$

Troisième partie

1- $\boxed{D = \begin{bmatrix} e^{-i\omega_a T} & 0 \\ 0 & e^{-i\omega_b T} \end{bmatrix}}$

$\Theta = \dfrac{iV_0}{2\hbar} e^{i\omega_0 t_0} e^{i\delta t_0} \dfrac{\left(e^{i\delta\tau} - 1\right)}{\delta} \Rightarrow \boxed{\Lambda = \dfrac{iV_0}{2\hbar} e^{i\omega_0 t_2} e^{i\delta t_2} \dfrac{\left(e^{i\delta\tau} - 1\right)}{\delta}}$ Remarquons la relation $\boxed{\Lambda = \Theta e^{i\omega_0 (T+\tau)} e^{i\delta (T+\tau)}}$
où $T + \tau = t_2 - t_0$

$\Big[$ **2- Question à bonus.** $|\psi\rangle_{(t_3)} = \Sigma\,|\psi\rangle_{(t_2)} = \Sigma D\,|\psi\rangle_{(t_1)} = \Sigma D S\,|\psi\rangle_{(t_0)}$. D'où $\boxed{|\psi\rangle_{(t_3)} = M\,|\psi\rangle_{(t_0)} \text{ avec } M = \Sigma D S}$

$M = \begin{bmatrix} e^{-i\omega_a\tau} & e^{-i\omega_a\tau}\Lambda \\ e^{-i\omega_b\tau}\,(-\Lambda)^* & e^{-i\omega_b\tau} \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} e^{-i\omega_a T} & 0 \\ 0 & e^{-i\omega_b T} \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} e^{-i\omega_a\tau} & e^{-i\omega_a\tau}\Theta \\ e^{-i\omega_b\tau}\,(-\Theta)^* & e^{-i\omega_b\tau} \end{bmatrix}$

Au premier ordre il vient :

$$\boxed{M = \begin{bmatrix} e^{-i\omega_a(T+2\tau)} & \Theta e^{-i\omega_a(T+2\tau)} + \Lambda e^{-i\omega_a\tau} e^{-i\omega_b(T+\tau)} \\ -\Theta^* e^{-i\omega_b(T+2\tau)} - \Lambda^* e^{-i\omega_b\tau} e^{-i\omega_a(T+\tau)} & e^{-i\omega_b(T+2\tau)} \end{bmatrix}}$$

N.B. On peut interpréter le phénomène ainsi :

$$\begin{array}{ccccccc} t_0 & & t_1 & & t_2 & & t_3 \\ 1 & \longrightarrow & e^{-i\omega_a\tau} & \longrightarrow & e^{-i\omega_a(\tau+T)} & \longrightarrow & e^{-i\omega_a(T+2\tau)} \\ & \searrow & & & & \searrow & \\ 0 & & 1 \times e^{-i\omega_b\tau}\,(-\Theta)^* & \rightarrow & -\Theta^* e^{-i\omega_b(\tau+T)} & \rightarrow & \begin{array}{l} e^{-i\omega_a(T+\tau)} \times e^{-i\omega_b\tau}\,(-\Lambda^*) \\ -\Theta^* e^{-i\omega_b(T+2\tau)} \end{array} \end{array}$$

3- Question à bonus. L'état $|\psi\rangle$ sur lequel on effectue la mesure est $|\psi\rangle = M\,|a\rangle$. Nous connaissons le développement de $|\psi\rangle$ au premier ordre : $|\psi\rangle = e^{-i\omega_a(T+2\tau)}\,|a\rangle - \left(\mathcal{E}^* e^{-i\omega_b(T+2\tau)} + \Lambda^* e^{-i\omega_b \tau} e^{-i\omega_a(T+\tau)}\right)|b\rangle$.
On en déduit, à l'ordre le plus bas : $P_b = \left|\left(\Theta^* e^{-i\omega_b(T+2\tau)} + \Lambda^* e^{-i\omega_b\tau} e^{-i\omega_a(T+\tau)}\right)\right|^2 = |\Theta|^2 \left|1 + e^{-i\delta(T+\tau)}\right|^2$

$$P_b = \left(\frac{V_0}{\hbar}\right)^2 \left|\frac{\left(e^{i\delta\tau} - 1\right)}{\delta}\right|^2 \times \sin^2\left(\delta\left(T+\tau\right)/2\right) = \left(\frac{2V_0}{\hbar}\right)^2 \frac{\sin^2\left(\delta\tau/2\right)}{\delta^2} \times \sin^2\left(\delta\left(T+\tau\right)/2\right), \text{ soit}$$

$$\boxed{P_b = \left(\Omega\tau\right)^2 \frac{\sin^2\left(\delta\tau/2\right)}{\left(\delta\tau/2\right)^2} \times \sin^2\left(\delta\left(T+\tau\right)/2\right) \quad \text{avec} \quad \Omega = \frac{V_0}{\hbar}}$$

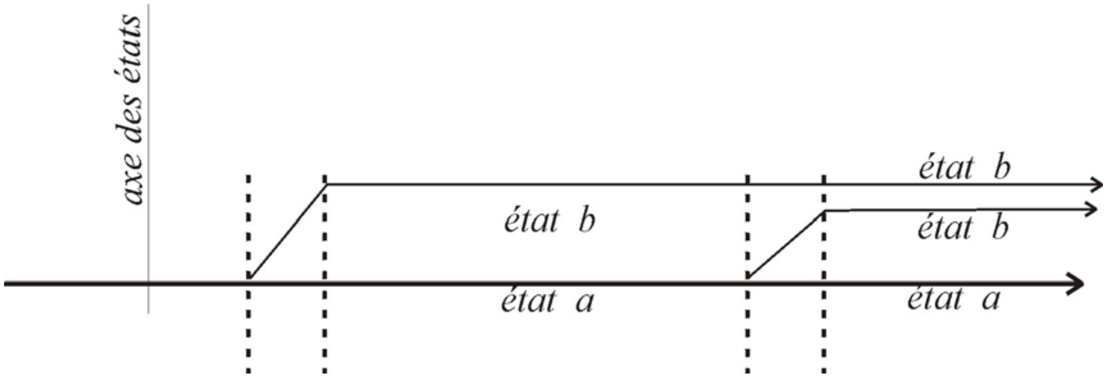
Ω est appelée "fréquence de Rabi".

N.B. Ici encore, la connaissance de $|\psi\rangle$ au premier ordre donne P_b au second ordre]

Quatrième partie

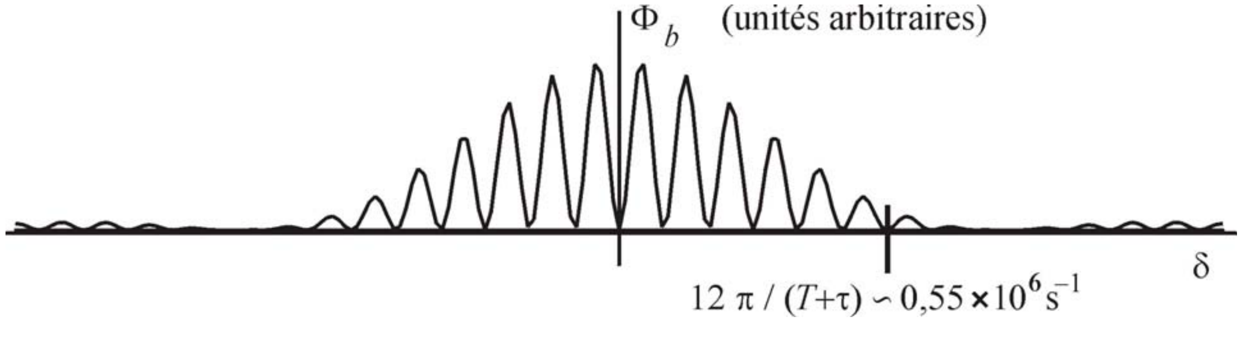
1- $\boxed{T = L/v}$ et $\boxed{\tau = \ell/v}$
Avec $v \sim 500\,\mathrm{m\,s^{-1}}$, $L \simeq 3\,\mathrm{cm}$ et $\ell \simeq 4\,\mathrm{mm}$ il vient $\boxed{T \sim 6 \times 10^{-5}\,\mathrm{s}}$, $\boxed{\tau \sim 8 \times 10^{-6}\,\mathrm{s}}$
La température du four dont est issu le jet atomique étant de l'ordre de θ, il vient $k_B\theta \sim Mv^2$ avec $M \simeq 40 m_N$. On en déduit $\boxed{\theta \sim 1200\,\mathrm{K}}$.

2- On observe l'interférence des deux composantes d'une onde atomique qui ont suivi des chemins (spatiaux) différents, histoire que l'on raconte, ici, en supposant que ce sont des chemins temporels différents.



Ce que l'on observe ce sont les interférences des ondes $|b\rangle$, crée par la première zone laser et par la seconde. Le graphique précédent montre les termes du premier ordre seulement. La désexcitation spontanée affaiblit l'onde b. Ce n'est pas complètement négligeable ici. Le temps de transit dans l'appareil est de l'ordre de $T + 2\tau \sim 8 \times 10^{-5}\,\mathrm{s} \sim 0,2 \times 0,4\,\mathrm{ms}$. La désexcitation spontanée concerne donc 18% des atomes dans l'état $|b\rangle$ (en effet $1 - e^{-0,2} \sim 18\%$). Ces atomes apparaissent dans l'état $|a\rangle$ et contribuent à modifier la phase de l'onde correspondante de façon aléatoire à l'entrée de la seconde zone. Le résultat de tout ça est une perte de contraste. Les franges de Ramsey (cf. ci-dessous) seront ici des franges sur fond sombre (et non sur fond noir).

3- P_b = probabilité de trouver un atome dans l'état $|b\rangle$; selon la loi des grands nombres c'est pratiquement *la proportion d'atomes passés dans l'état* $|b\rangle$, c'est à dire $\dfrac{\Phi_b}{\Phi_{initial}}$. Le flux,$\Phi_b$, d'atomes dans l'état excité est donc proportionnel à P_b lorsque δ varie alors que $\Phi_{initial}$ reste constant ($\Phi_b = \Phi_{initial} \times P_b$).



$\Phi_b = \left[\Phi_{initial} \times (\Omega\tau)^2\right] \dfrac{\sin^2(\delta\tau/2)}{(\delta\tau/2)^2} \times \sin^2(\delta(T+\tau)/2)$. à une définition d'échelle près suivant l'axe Oy,, la courbe à représenter est la courbe $\Phi_b = \dfrac{\sin^2(\delta\tau/2)}{(\delta\tau/2)^2} \times \sin^2(\delta(T+\tau)/2)$. Posant $x = \dfrac{\delta\tau}{2}$, la courbe précédente est la courbe $\dfrac{\sin^2 x}{x^2} \times \sin^2(8,5x)$ car $T + \tau = 8,5\tau$. Le flux Φ_b s'annule pour $\delta = N \times \dfrac{2\pi}{T+\tau}$ où $N \in \mathbb{N}$. La marque sur la figure correspond à $N = 6$. On en déduit l'échelle sur l'axe des δ.