Université Pierre et Marie Curie

Physique quantique appliquée
Master 1ère année

Exercice n°1:

Énergie d'un dipôle magnétique dans un champ magnétique

Un atome d'aluminium est caractérisé par le moment cinétique orbital $\vec{L}$ et le spin $\vec{S}$ de son nuage électronique. Le moment cinétique total est $\vec{J} = \vec{L} + \vec{S}$. A ces divers moment cinétiques sont associés les nombres quantiques L=1, S=1/2 et J.

Au moment cinétique orbital est associé un moment magnétique $\vec{M}_L = -g_L \frac{e}{2m}\vec{L}$ et au spin, le moment magnétique $\vec{M}_S = -g_S \frac{e}{2m}\vec{S}$ Le moment magnétique total est $\vec{M} = \vec{M}_S + \vec{M}_L$.

1- Donner les valeurs de g_L et g_S ainsi que les valeurs possibles de J et les valeurs propres de $\vec{J}^2$ correspondantes.

2- L'atome est dans l'état propre de $\vec{J}^2$ de nombre quantique J. Le moment magnétique peut alors être pris sous la forme $\vec{M} = -g_J \frac{e}{2m}\vec{J}$.

Rappeler le théorème de Wigner-Eckart et justifier succinctement cette relation. Déterminer les valeurs de g_J pour les diverses valeurs de J possibles.

Calculer la valeur maximale de M_z ainsi que $\vec{M}^2$ dans le cas J=1/2. On exprimera les résultats en fonction de e et m.

3- L'atome est soumis à un champ magnétique $\vec{B}$, constant et uniforme, parallèle à l'axe Oz. Le système est assimilé à un dipôle magnétique dont l'hamiltonien est $H = -\vec{M} \bullet \vec{B}$.

Représenter pour chacune des valeurs possibles de J, le spectre de l'énergie en fonction de $E_0 = \frac{Be\hbar}{6m}$.

Donner en eV la valeur de E_0 pour $B = 10^{-2}$T.

Exercice n°2:

On considère un atome d'hydrogène dont le noyau a un spin $\vec{I}$ (i = 1/2). Le moment cinétique électronique est $\vec{J} = \vec{L} + \vec{S}$ où $\vec{L}$ est le moment cinétique orbital (l = 1) et $\vec{S}$ son spin (s = 1/2).

On note le moment cinétique total de l'atome $\vec{F} = \vec{J} + \vec{I}$.

1- Quelles sont les valeurs possibles des nombres quantiques j et f?

2- Le spin du proton est 1/2, la mesure expérimentale de son moment magnétique a pour valeur $M_p = 2.79\ 10^{-26}$ SI. En ordre de grandeur, on peut donner la relation : $M_p = g_p \dfrac{e\hbar}{2m_p}$. Quel est l'ordre de grandeur du facteur de Landé g_p?

3- Soient $\{|l\ s\ j\ m_j>\}$ la base obtenue en composant $\vec{L}$ et $\vec{S}$ pour former $\vec{J}$ et $\{|(l\ s)\ j\ i\ f\ m_f>\}$ la base obtenue en composant $\vec{J}$ et $\vec{I}$ pour former $\vec{F}$.

Dans un champ magnétique orienté suivant l'axe Oz, l'hamiltonien d'interaction atome-champ magnétique est $H = \alpha\ (L_z + 2\ S_z + \varepsilon\ I_z)$.

Donner l'expression de la valeur de α et la valeur numérique de ε. Montrer que le magnétisme nucléaire apporte aux valeurs propres de H une contribution toujours très inférieure au magnétisme électronique.

4- On considère l'opérateur $H = \alpha\ (L_z + 2\ S_z)$. Montrer que dans chaque sous-espace défini par une valeur de l, s, j, i et f l'opérateur H peut s'écrire sous la forme:

$$H = g_{jf}\ \alpha\ F_z$$

Quelle est la dégénérescence de f = 1?

Déterminer les différentes valeurs possibles de g_{jf}.