Travaux dirigés 1

I. Questions à choix multiples

On donne $h = 6{,}6\,10^{-34}$ J.s $\approx 4\,10^{-15}$ eV, $c = 3\times10^{8}$ m.s^{-1}, $hc = 1{,}24$ eV.μm.

Question 1

L'énergie d'extraction d'un électron du potassium est 2,3 eV. La longueur d'onde du seuil photoélectrique est :

Réponse

A : 0,5 nm
B : 0,5 µm
C : 2 µm

Question 2

La fréquence du seuil photoélectrique d'un métal est 10^{15} Hz. Le métal est illuminé avec une radiation électromagnétique de fréquence $2\,10^{15}$ Hz. Quelle est l'énergie cinétique des électrons extraits par effet photoélectrique :

Réponse

A : 1 eV
B : 2 eV
C : 3 eV
D : -1 eV

Question 3

L'impulsion d'un photon de longueur d'onde dans le vide égale à λ est :

Réponse

A : $\frac{h}{\lambda}$

B : $\frac{2\pi\hbar c}{\lambda}$

C : $\frac{\lambda}{\hbar}$

Question 4

Etant donnée l'impulsion $\vec{p}$, on note Δp_x l'indétermination de sa projection sur l'axe Ox. Des notations similaires sont utilisées pour les trois axes Ox, Oy et Oz d'un repère orthonormé galiléen. Pour chacune des quatres affirmations ci-dessous, lesquelles sont vraies ?

Réponse

1) $\Delta x\,\Delta p_y \geq h$

2) $\Delta x\,\Delta p_y \leq h$
3) $\Delta z\,\Delta p_z \geq h$
4) $\Delta y\,\Delta p_y \leq h$

Question 5

A est un opérateur linéaire. L'état du système est décrit par le vecteur état ψ tel que $\mathbf{A}\psi = a\psi$ où a est un nombre.

Réponse

A : a est certainement réel
A : a est certainement imaginaire pur
A : a peut être quelconque.

Question 6

Une base orthonormée de l'espace des états est formée des vecteurs $|\mathbf{u}_k\rangle$. On donne trois vecteurs $|\psi_1\rangle = |\mathbf{u}_1\rangle + i|\mathbf{u}_3\rangle, |\psi_2\rangle = \frac{1}{1+i}|\mathbf{u}_1\rangle + \frac{1}{\sqrt{2}}|\mathbf{u}_2\rangle, |\psi_3\rangle = (1+i)|\mathbf{u}_2\rangle + |\mathbf{u}_3\rangle - i|\mathbf{u}_4\rangle$.

Calculez : $\langle\psi_1|\psi_1\rangle$, $\langle\psi_2|\psi_1\rangle$, $\langle\psi_1|\psi_2\rangle$, $\langle\psi_3|\psi_3\rangle$ et $\langle\psi_3|\psi_2\rangle$.

II. Formalisme

On considère une base orthonormée de l'espace des états formée des trois vecteurs $|u_1\rangle$, $|u_2\rangle$ et $|u_3\rangle$. L'opérateur A est défini par les relations :

$$A|u_1\rangle = \alpha|u_2\rangle, \quad A|u_2\rangle = \alpha|u_1\rangle, \quad A|u_3\rangle = \beta|u_3\rangle$$

1. On considère la représentation matricielle $|u_1\rangle = \begin{pmatrix}1\\0\\0\end{pmatrix}$, $|u_2\rangle = \begin{pmatrix}0\\1\\0\end{pmatrix}$ et $|u_3\rangle = \begin{pmatrix}0\\0\\1\end{pmatrix}$.
   a. Donner la représentation matricielle de A.
   b. Exprimer A sous la forme d'une combinaison linéaire d'opérateurs $|u_k\rangle\langle u_j|$.
   c. Préciser les conditions pour que A soit hermitique.
2. Dans ce qui suit, $\beta = \alpha$ et α est réel strictement positif.
   a. Déterminer les valeurs propres et les vecteurs propres de A. Les valeurs propres différentes seront notées $a_1, a_2, \ldots$ par ordre croissant.
   b. On considère l'état $|\psi_0\rangle = |u_1\rangle + (1+i)|u_2\rangle + i|u_3\rangle$. On effectue la mesure associée à A. Déterminer les résultats possibles et leur probabilité.
   c. A est en réalité l'hamiltonien du système. A l'instant $t = 0$ l'état du système est décrit par $|\psi_0\rangle$. Donner l'état du système, $|\psi(t)\rangle$ à l'instant t.
3. Une seconde observable, B, admet les vecteurs $|w_1\rangle = |u_1\rangle - |u_2\rangle$, $|w_2\rangle = |u_3\rangle$ et $|w_3\rangle = |u_1\rangle + |u_2\rangle$ pour vecteurs propres associés aux valeurs propres respectives γ, γ et 2γ.

a. Montrer que A, B forme un ECOC. Dans ce but, on formera une base de vecteurs propres communs à A et B que l'on désignera par $\left|a,b\right\rangle$ où a est une valeur propre de A et b une valeur propre de B.

b. Exprimer les vecteurs $\left|a,b\right\rangle$ en fonction des $\left|u_k\right\rangle$.