

Chapitre 2

RÉACTIONS NUCLÉAIRES

2.1 Généralités

2.1.1 Loi de décroissance exponentielle

Rutherford et Soddy (1902).

Un atome excité retourne à son état fondamental en émettant un photon.

Dans le domaine nucléaire on rencontre des processus analogues, quoique plus variés. Un noyau excité peut retourner à son état fondamental en émettant un photon, mais il peut aussi éjecter un électron, un positon[†] ou une particule α [‡]. Dans ces derniers processus, le noyau change de nature, il n'est plus associé au même élément car Z ne reste pas constant.

Tous ces phénomènes, désintégration d'un noyau qui éjecte une particule ou désexcitation d'un noyau ou d'un atome qui éjecte un photon, sont régis par la même loi de décroissance exponentielle.

Considérons un système particulier, atome ou noyau, susceptible de se désintégrer (ou de se désexciter). Un tel processus est caractérisé par une **probabilité de désintégration (ou de désexcitation) par unité de temps**. Cette probabilité est notée $1/\tau$: la probabilité pour que le système se désintègre en un temps dt infinitésimal est dt/τ .

A l'instant initial, $t = 0$, nous considérons un système qui n'est pas désintégré. Nous notons $p(t)$ la probabilité pour qu'il ne soit toujours pas désintégré à l'instant t . On démontre la relation

$$p(t) = e^{-t/\tau}$$

On considère maintenant une population de N systèmes dont aucun n'est désintégré à l'instant $t = 0$. Après le temps t on définit la probabilité, $P_k(t)$, pour que k systèmes ne soient pas désintégrés et que $N - k$ systèmes le soient. On démontre la relation

$$P_k(t) = \frac{N!}{k!(N-k)!} \times (p(t))^k (1-p(t))^{N-k}$$

Le nombre moyen de systèmes non encore désintégrés est alors $n(t) = p(t) N = N e^{-t/\tau}$. Dans une expérience particulière donnée, le vrai nombre de systèmes non encore désintégrés, $n_{vrai}(t)$, n'est jamais rigoureusement égal à $n(t)$. En répétant de nombreuses fois l'expérience de désintégration de N systèmes on observe une dispersion des valeurs de $n_{vrai}(t)$ dont l'écart quadratique moyen est $\Delta n = \sqrt{N p(t) (1-p(t))}$. On vérifie la relation $\frac{\Delta n}{n(t)} < \frac{1}{\sqrt{n(t)}}$. Pour $n(t) \gg 1$ on peut poser

$$\boxed{n(t) \simeq N e^{-t/\tau}} \tag{2.1}$$

[†]Le positon est l'anti-électron. C'est une particule de masse m_e , identique à la masse de l'électron, mais de charge e , opposée à celle de l'électron.

[‡]Une particule α est le noyau d'hélium ${}^4_2\text{He}$.

En effet, l'erreur relative est presque certainement inférieure à un terme de l'ordre de $\frac{\Delta n}{n(t)}$; elle est donc très petite dans le cas où l'on considère des quantités macroscopiques.

Par exemple, pour un milligramme de radium (^{226}Ra) il vient $n \simeq \frac{10^{-6}}{226 \times 1,67 \times 10^{-27}}$ et $\frac{1}{\sqrt{n}} \lesssim 10^{-9}$. La relation 2.1 est cependant en défaut lorsqu'il ne reste que quelques systèmes non encore désintégrés.

Les propriétés qui précèdent sont démontrées en annexe (page 33).

Dans le cas où $n(t)$ reste très grand, le résultat précédent (2.1) peut être aisément retrouvé de la façon suivante.

Soit dK le nombre de systèmes qui se désintègre entre t et $t + dt$ et $n(t)$ le nombre de systèmes non désintégrés à l'instant t . Si $n(t)$ est assez grand, la probabilité de désintégration pendant dt est presque certainement égale à la proportion de système qui se désintègrent (c'est la loi des grands nombres!) : $\frac{dt}{\tau} = \frac{dK}{n(t)}$. On remarque en outre la relation $dK = n(t) - n(t + dt) = -dn$ où dn est la variation de $n(t)$ pendant dt . On en déduit $dn = -\frac{dt}{\tau} n(t)$. Avec la condition initiale $n(0) = N$, cette équation différentielle admet la solution (2.1).

Les processus de désintégration sont donc caractérisés par **une constante de temps** τ ; celle-ci représente aussi la durée de vie moyenne du système, on dit aussi "*vie moyenne*" (cf. annexe page 33). On utilise aussi la **demi-vie**, ou **période**, T . La demi-vie est la durée après laquelle la moitié des systèmes subsistent tandis que l'autre moitié est désintégrée : $N e^{-T/\tau} = N/2$ par définition de T . On en déduit $T = \ln 2 \times \tau \simeq 0,693 \tau$.

Les constantes de temps sont très variables.

- Les constantes de temps des **désexcitations radiatives** varient, typiquement, de 10^{-10} s à 10^{-3} s dans le domaine optique et de 10^{-15} s à 10^{11} s (3000 ans) ou plus, dans le domaine nucléaire.

Dans le domaine atomique, les photons émis ont des longueurs d'onde qui varient de celles de l'infra rouge à celles des rayons X , tandis que dans le domaine nucléaire les longueurs d'ondes sont plus courtes, généralement dans le domaine γ .

- Les constantes de temps des **désintégrations radioactives** présentent également une grande dispersion : le césium (^{55}Cs), par exemple, présente divers types de radioactivité selon l'isotope considéré, la demi-vie radioactive des divers isotopes varie de 2 s à $2 \cdot 10^6$ ans; il existe même un isotope stable.

2.1.2 Constantes partielles et demi-vies effectives

Les divers éléments comme le carbone ou l'hydrogène entrent dans la composition chimique des aliments sous des formes variées. Après leur ingestion ils ne restent généralement pas dans le corps humain d'où ils sont progressivement éliminés. L'alimentation n'est pas la seule façon d'absorber des éléments chimiques, la respiration en est une autre.

Après avoir été ingérés ou inhalés, les éléments sont éliminés par le corps humain. La proportion d'atomes éliminés dans le temps dt est une constante. La population des atomes évolue donc suivant une loi de décroissance exponentielle : $n(t) = N e^{-t/\tau_b}$ où τ_b est appelé "**constante de temps biologique**".

Le carbone ${}^6\text{C}$ a une constante de vie biologique de l'ordre de l'ordre de 15 jours, soit une demi-vie biologique de l'ordre de 10 jours tandis que le strontium ${}_{38}\text{Sr}$ a une demi-vie de l'ordre de 30 ans.

La demi-vie biologique dépend de l'organe où s'est fixé l'élément considéré. Aux divers organes (os, foie, poumon, etc.) correspondent des constantes de temps biologiques différentes. Ainsi la demi-vie biologique du carbone varie de quelques minutes à 25 jours. Par conséquent, dans l'ensemble du corps humain, la population des atomes considérés ne suit pas une loi de décroissance exponentielle. Cependant chaque élément se fixe de préférence dans un organe précis[†], si bien que, sans être une loi rigoureuse, la loi de décroissance exponentielle reste souvent acceptable.

Bien entendu, la loi de décroissance exponentielle suppose que les éléments s'éliminent sans être renouvelés. Ce qui est le cas lors d'une ingestion accidentelle. Ce n'est pas le cas du carbone dont le renouvellement est assuré par l'alimentation. D'autre part, l'élimination biologique étant assurée par des mécanismes biologiques, elle ne se produit que chez les êtres vivants et cesse après leur mort.

Considérons maintenant le cas d'un élément radioactif qui aurait été ingéré, du phosphore $^{32}_{15}P$ par exemple. Il y a deux causes à l'élimination des noyaux de phosphore $^{32}_{15}P$. La première cause est la radioactivité qui transforme les noyaux $^{32}_{15}P$ en noyaux de soufre $^{32}_{16}S$ par radioactivité β^- (voir ci-dessous § 2.2.2). La demi-vie radioactive de $^{32}_{15}P$ est environ $T_p = 14$ jours. La seconde cause est l'élimination biologique qui ne dépend que des réactions chimiques mises en oeuvre ; elle est donc indépendante de l'isotope considéré. Le métabolisme du phosphore est complexe : 30% s'élimine très rapidement tandis que 30% des atomes subsistent très longtemps ; les 40% restant présentent une demi-vie biologique de l'ordre de $T_b = 19$ jours. Nous considérons seulement cette dernière population. Soit $n(t)$ le nombre de noyaux $^{32}_{15}P$ à l'instant t . Le nombre de noyaux éliminés par radioactivité pendant dt est $n(t)\frac{dt}{\tau_p}$ avec $\tau_p \simeq 14/\ln 2 \simeq 20$ jours. Le nombre de noyaux éliminés par les mécanismes biologiques, pendant le même temps, est $n(t)\frac{dt}{\tau_b}$ avec $\tau_b \simeq 19/\ln 2 \simeq 27$ jours.

Le nombre total d'atomes éliminés est donc $-dn = \left(\frac{1}{\tau_p} + \frac{1}{\tau_b}\right) dt \times n(t)$. Nous définissons la **constante de temps effective** τ_{eff} :

$$\frac{1}{\tau_{eff}} := \frac{1}{\tau_p} + \frac{1}{\tau_b} \quad (2.2)$$

Dans le cas considéré on obtient $\tau_{eff} \simeq 11,5$ jours.

L'équation $-dn = \left(\frac{1}{\tau_p} + \frac{1}{\tau_b}\right) dt \times n(t) = \frac{dt}{\tau_{eff}} \times n(t)$ admet la solution $n = N e^{-t/\tau_{eff}}$ où N est le nombre d'atomes $^{32}_{15}P$ initialement présents dans la population considérée.

La population qui s'élimine rapidement présente une constante de temps biologique $\tau_b \ll 27$ jours[‡].

La population qui subsiste très longtemps dans le corps humain est une population dont la constante de temps biologique est très grande (très supérieure à 27 jours). Pour cette population il vient $\tau_b \gg 27$ jours > 20 jours $= \tau_p$ implique $\frac{1}{\tau_{eff}} \simeq \frac{1}{\tau_p}$.

Le raisonnement précédent s'applique aussi dans d'autres circonstances. Le bismuth $^{83}_{212}Bi$ peut se désintégrer de deux façons différentes, pour donner du polonium $^{84}_{212}Po$ ou du titane $^{81}_{208}Ti$. La constante de temps de désintégration de $^{83}_{212}Bi$ est $\tau = 87,4$ min.

[†]Le carbone se fixe principalement dans les graisses, le plutonium dans les poumons, le strontium dans les os, l'iode dans la thyroïde, le césium dans l'ensemble du corps, etc.

[‡]C'est le sens que l'on donne ici à l'expression "très rapidement".

On peut définir la probabilité par unité de temps, $\lambda_{Po} := \frac{1}{\tau_{Po}}$, pour qu'un noyau ${}^{83}_{212}Bi$ donne ${}^{84}_{212}Po$ et la probabilité par unité de temps, $\lambda_{Ti} := \frac{1}{\tau_{Ti}}$, pour obtenir ${}^{81}_{208}Ti$. Les constantes λ_{Po} et λ_{Ti} sont appelées "*constantes partielles*".

A l'instant t , nous disposons de n atome ${}^{83}_{212}Bi$. Pendant le temps dt , la production de ${}^{84}_{212}Po$ est $dn_{Po} = \frac{dt}{\tau_{Po}} n$ tandis que la production de ${}^{81}_{208}Ti$ est $dn_{Ti} = \frac{dt}{\tau_{Ti}} n$. La variation totale de n est donc $dn = -\frac{dt}{\tau} n = -(dn_{Po} + dn_{Ti}) = -\left(\frac{1}{\tau_{Po}} + \frac{1}{\tau_{Ti}}\right) n dt$.

On en déduit $\frac{1}{\tau} = \frac{1}{\tau_{Po}} + \frac{1}{\tau_{Ti}}$. Cette relation est analogue à la relation 2.2 ci-dessus.

Posons $\lambda = \frac{1}{\tau}$, il vient

$$\lambda = \lambda_{Po} + \lambda_{Ti}$$

Pour caractériser l'une ou l'autre manière de se désintégrer, on introduit "*les rapports de branchement*" $\frac{\lambda_{Po}}{\lambda} = \frac{\tau}{\tau_{Po}}$ et $\frac{\lambda_{Ti}}{\lambda} = \frac{\tau}{\tau_{Ti}}$ qui, ici, valent respectivement 0,337 et 0,663 (on remarquera que la somme des rapports de branchement est égale à l'unité). Connaissant $\tau = 87,4$ min, il est alors possible de calculer les constantes $\tau_{Po} \simeq 259$ min et $\tau_{Ti} \simeq 131$ min qui apparaissent comme des constantes de temps de désintégrations partielles.

2.1.3 Lois de conservations

Les réactions nucléaires que nous considérons se déroulent ainsi :

1. Avant la réaction le système considéré est constitué par une ensemble de particules (élémentaires ou composées). Ces particules sont assez éloignées les unes des autres pour qu'elles ne subissent aucune interaction et se comportent chacune comme des particules libres.
2. Les particules se rapprochent, elles interagissent, des réactions surviennent.
3. Après avoir interagi, les particules sont de nouveau éloignées les unes des autres, sans interactions mutuelles ; elles se comportent comme des particules libres.

Au cours de la réaction, les constituants des particules se sont réarrangés et les particules présentes après la réaction sont différentes des particules présentes avant la réaction.

Les réactions que nous considérons satisfont certaines lois de conservation que nous explicitons ci-dessous.

Conservation de l'impulsion et de l'énergie.

L'espace est rapporté à un repère minkowskien (repère particulier qui généralise, en relativité, le repère galiléen de la mécanique newtonienne).

L'impulsion d'un système de particules indépendantes et libres est la somme des impulsions de chacune des particules qui constituent le système ; il en est de même de l'énergie.

L'impulsion, \vec{p} d'une particule libre dépend de sa masse, m , et de sa vitesse \vec{v} :

$$\vec{p} = \frac{m}{\sqrt{1 - \vec{v}^2/c^2}} \vec{v} \quad (2.3)$$

L'énergie d'une telle particule est

$$E = \frac{m c^2}{\sqrt{1 - \vec{v}^2/c^2}} \quad (2.4)$$

c est ici la célérité maximale que postule la relativité restreinte et dont les expériences montrent qu'elle est égale à celle de la lumière dans le vide.

Le cas des particules de masse nulle, $m = 0$, est un cas particulier.

De telles particules (photon, neutrino, graviton) sont associées à des ondes dont la célérité est c . L'impulsion et l'énergie d'une telle particule s'expriment en fonction de la fréquence, ν , ou de la pulsation $\omega = 2\pi\nu$, de l'onde associée :

$$\vec{p} = \frac{\hbar \omega}{c} \vec{u}, \quad E = \hbar\omega$$

où \vec{u} est le vecteur unitaire dans la direction et le sens de propagation de l'onde.

L'impulsion totale (et l'énergie totale) d'un ensemble de particules est la somme des impulsions (et des énergies) de chacune des particules. La première loi de conservation exprime que l'impulsion et l'énergie totales sont conservées dans les réactions considérées.

N.B. Cette loi de conservation est très générale et n'a jamais été mise en défaut.

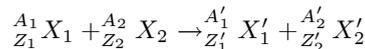
Remarquons que pour les particules massives non relativiste ($\vec{v}^2/c^2 \ll 1$) il vient

$$\begin{aligned} \vec{p} &= m \vec{v} \left(1 + \frac{1}{2} \left(\frac{\vec{v}}{c} \right)^2 + \dots \right) \simeq m \vec{v} \\ E &= mc^2 \left(1 + \frac{1}{2} \left(\frac{\vec{v}}{c} \right)^2 + \dots \right) \simeq mc^2 + \frac{1}{2} m \vec{v}^2 \end{aligned}$$

L'énergie apparaît comme la somme de l'énergie interne, mc^2 , et de l'énergie cinétique $\frac{1}{2} m \vec{v}^2$.

Conservation du nombre de masse et du nombre de charge.

Considérons une réaction nucléaire de la forme



La conservation du nombre de masse signifie que le nombre de nucléons est resté inchangé au cours de la réaction : $A_1 + A_2 = A'_1 + A'_2$.

La conservation du nombre de charge s'écrit : $Z_1 + Z_2 = Z'_1 + Z'_2$.

Pour appliquer ces règles il convient d'utiliser les notations suivantes

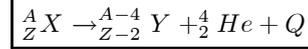
neutron	proton	électron	positon	antiproton	photon
${}^1_0n = n$	${}^1_1p = p^+$	${}^0_{-1}e = e^-$	${}^0_1e = e^+$	${}^1_{-1}p$	${}^0_0\gamma$ ou γ

2.2 Radioactivité

La radioactivité naturelle a été découverte par Henri Becquerel (1896) et la radioactivité artificielle par Frédéric Joliot et Irène Joliot-Curie (1934). On distingue quatre types de radioactivité.

2.2.1 Radioactivité α

Lors de la formation des éléments, certains noyaux lourds ($A > 150$) se sont "mal formés" dans la mesure où ils se trouvent être instables et éjectent une particule α (4_2He) suivant la réaction



Le noyau A_ZX est le "père" (ou la "mère" selon que l'on se réfère à une société patriarcale ou non!), le noyau ${}^{A-4}_{Z-2}Y$ est la fille ou le fils (selon le choix!).

Q est l'énergie apparue dans la réaction. Elle est calculée en supposant que le noyau père et les noyaux fils sont tous dans leur état fondamental.

Remarquons que le nombre de protons et le nombre de neutrons sont conservés séparément lors de la radioactivité α .

Considérons par exemple la réaction ${}^{238}_{92}U \rightarrow {}^{234}_{90}Th + {}^4_2He + Q$. Cette réaction sera susceptible de se produire si elle conduit à une diminution des énergies potentielles de liaison des éléments constituant le système. C'est à dire si Q est positif (réaction exoénergétique).

L'énergie interne de chaque constituant est caractérisée par sa masse. On écrit l'énergie de chacun des noyaux sous la forme $W(A, Z) = A \times 1 \text{ uma} \times c^2 + \delta_{(A, Z)}$. Le tableau 2.5 donne les valeurs de $\delta_{(A, Z)}$:

${}^{238}_{92}U$	${}^{234}_{90}Th$	4_2He	(2.5)
47,3 MeV	40,6 MeV	2,4 MeV	

On obtient $Q = 47,3 - 40,6 - 2,4 \simeq 4,3$ MeV. Cette énergie apparaît sous forme d'énergie cinétique des produits de la réaction et éventuellement, pour partie, sous la forme d'une énergie d'excitation d'un noyau fils.

Le noyau d'uranium étant initialement immobile, l'impulsion est nulle; elle reste donc nulle. La relation $Q \ll mc^2$, valide pour toutes les masses m en présence, nous assure que l'utilisation de la mécanique newtonienne n'entraînera pas d'erreur importante. La conservation de l'impulsion s'écrit donc

$$m_{Th} \vec{v}_{Th} + m_{He} \vec{v}_{He} = \vec{0}$$

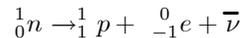
où m_{Th} et m_{He} sont les masses des produits de la réaction tandis que \vec{v}_{Th} et \vec{v}_{He} sont leur vitesse. On en déduit

$$\left(\frac{1}{2} m_{He} \vec{v}_{He}^2 \right) = \frac{m_{Th}}{m_{He}} \left(\frac{1}{2} m_{Th} \vec{v}_{Th}^2 \right)$$

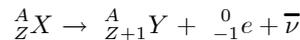
La relation $m_{Th} \gg m_{He}$ implique donc que la particule légère (He) emporte la quasi totalité de l'énergie cinétique. Ce résultat est assez général pour être souligné.

2.2.2 Radioactivité β^-

La radioactivité β^- se caractérise par la transformation d'un neutron en proton :



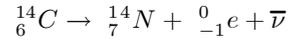
Les neutrons à l'état naturel se décomposent spontanément pour donner un proton, un électron et un antineutrino, $\bar{\nu}$. Une réaction analogue peut prendre place au sein d'un noyau :



Dans cette réaction le nombre total de nucléons est conservé, cependant ce n'est le cas ni du nombre de protons ni du nombre de neutrons mais seulement de leur somme. On

vérifiera que ce sont les éléments situés au dessus de la ligne de stabilité de la figure 1-9 page 13 qui présentent ce type de radioactivité. Le noyau fils, Y , est alors plus près de la ligne de stabilité que le père, X .

Un exemple est donné par la décomposition du carbone $^{14}_6C$ dont la demi-vie est $T = 5730$ ans :



Un autre exemple est celui du fluor $^{20}_9F$. Le diagramme représenté figure 2-1 schématise la radioactivité β^- du fluor dont le fils est le néon $^{20}_{10}Ne$ qui est formé dans un état excité.

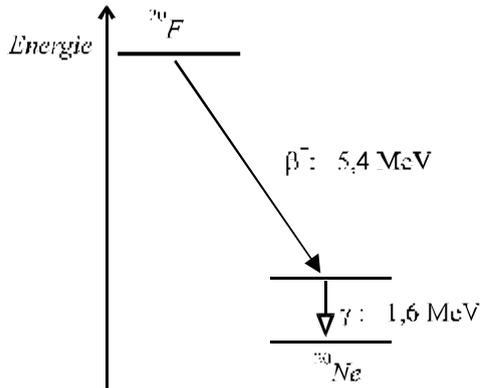


Figure 2-1.

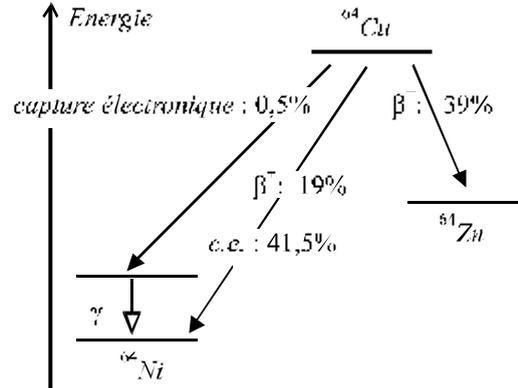


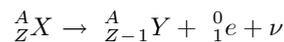
Figure 2-2

Le néon se désexcite, la radioactivité β^- du fluor ^{20}F s'accompagne donc de l'émission de rayons γ , constitués de photons de haute énergie (figure 2-1).

On peut voir la radioactivité β^- , comme une interaction entre nucléons et électrons. Cette interaction assure une liaison entre électron et proton afin de constituer un neutron mais cette liaison n'est pas permanente et l'électron finit par s'échapper. Cette interaction est appelée "**interaction faible**".

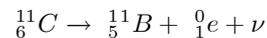
2.2.3 Radioactivité β^+ et capture électronique

Une réaction de décomposition d'un proton apparaît dans certains noyaux instables. Un neutron est produit ainsi qu'un positon et un neutrino :

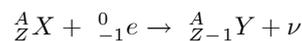


A la différence de la radioactivité β^- , une telle réaction n'a pas été observée sur des protons libres.

Un exemple est fourni par la réaction



L'émission d'un positon peut être remplacée par la capture d'un électron :



Ce mécanisme se produit avec des atomes dont le nuage électronique recouvre le noyau. Un tel recouvrement s'interprète comme la possibilité qu'un électron de la couche profonde ($n = 1$) pénètre dans le noyau. Un tel phénomène reste exceptionnel, cependant sa probabilité n'est pas complètement négligeable pour certains atomes.

Le diagramme de la figure 2-2 représente les divers types de radioactivité β du cuivre $^{64}_{29}Cu$ avec les rapports de branchement.

2.2.4 Les familles radioactives

On distingue quatre familles radioactives. Le père et ses descendants sont représentés sur les figures 2-4 ainsi que la nature des désintégrations radioactives subies (α ou β).

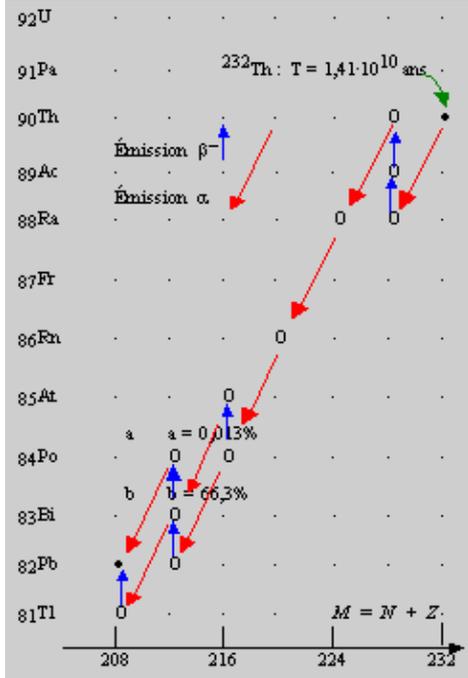


Figure 2-4a. Série $A = 4n$

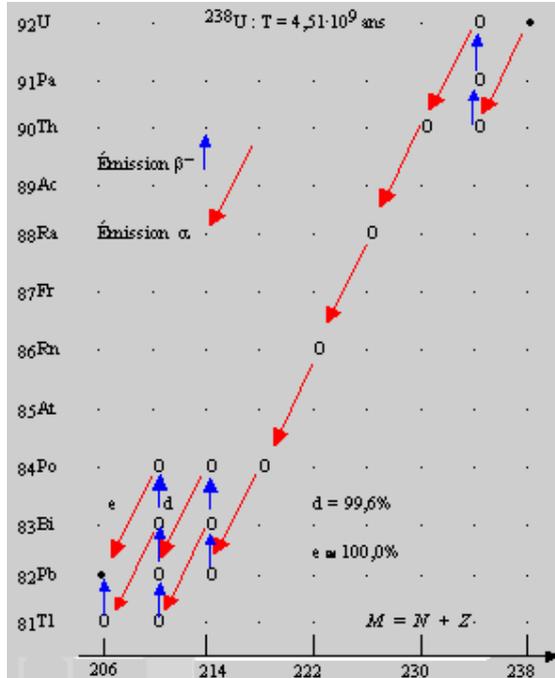


Figure 2-4b. Série $A = 4n + 2$

La série du thorium ($A = 4n$) et la série de l'uranium-238 ($A = 4n + 2$) sont des séries naturelles.

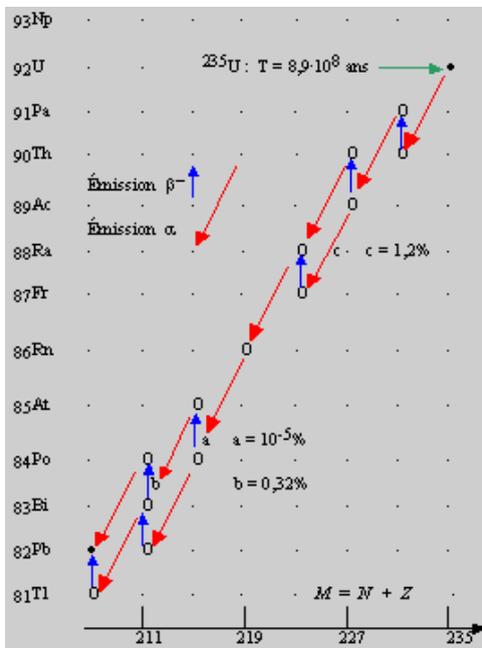


Figure 2-4c. Série $A = 4n + 3$

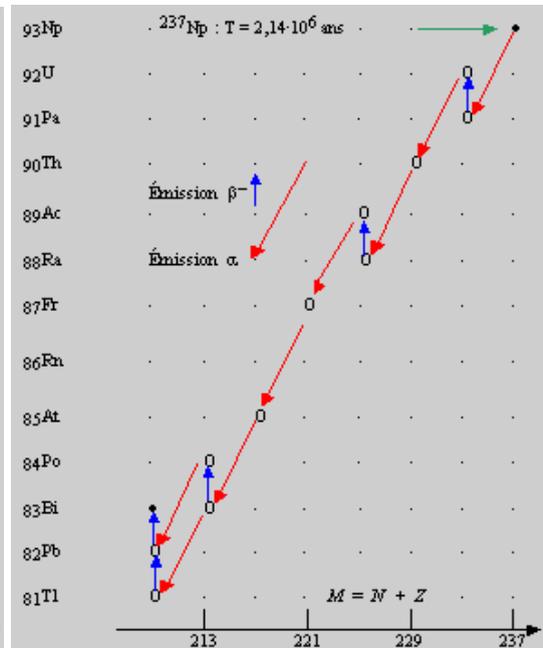


Figure 2-4d. Série $A = 4n + 1$

La série de l'uranium-235 ($A = 4n + 3$) est une série naturelle tandis que la série du neptunium ($A = 4n + 1$) n'existe pas dans la nature, la période du neptunium-93 étant assez courte pour que la famille se soit éteinte.

Remarquons que les noyaux radioactifs représentés figure 1-10 (page 14) présentent un type de radioactivité qui dépend de leur position par rapport à la ligne de stabilité (voir figure 2-6 page 27).

2.2.5 Radioactivité γ

On introduit parfois la radioactivité γ pour désigner la désexcitation d'un noyau produit dans un état excité. Dans le domaine de la physique atomique, le temps de vie moyen des états excités est très bref. Il n'en est pas de même dans le domaine nucléaire où les longues constantes de temps permettent l'utilisation de noyaux dans un état excité au même titre que les noyaux radioactifs. Ainsi l'iode $^{125}_{53}\text{I}$ est produit dans un état excité; il a une demi-vie biologique dans la thyroïde de 138 jours et une demi-vie physique de 60,2 jours. Sa demi-vie effective est donc $T = \frac{138 \times 60,2}{138 + 60,2} = 42$ jours.

Une propriété remarquable des rayonnement émis est la finesse des raies. En effet lorsqu'une onde est émise, on peut en étudier son spectre de fréquence. Pour cela on considère la fonction $F(\nu)$ représentant l'intensité de l'onde (en W m^{-2}) portée par les composantes de fréquences inférieures à ν . L'intensité portée par les composantes de fréquence comprises entre ν et $\nu + d\nu$ est donc $\frac{dF}{d\nu}d\nu$. On définit "l'intensité spectrale"

$$I(\nu) := \frac{dF}{d\nu}.$$

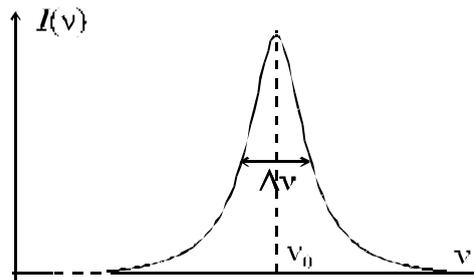


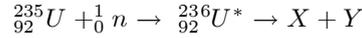
Figure 2-3.

La figure 2-3 représente l'intensité spectrale d'une raie lorentzienne telle qu'on en rencontre en optique. La largeur de la raie est $\Delta\nu$; on peut définir la finesse de la raie f par la relation $\frac{1}{f} := \frac{\Delta\nu}{2\nu_0}$ (une "grande" finesse signifie que $\frac{\Delta\nu}{2\nu_0}$ est "petit"). Il y a bien des causes d'élargissement des raies. Il est possible de les combattre mais il existe une limite ultime $\Delta\nu \sim \frac{1}{T}$ où T est la durée de l'émission. Cette propriété est très générale; elle se démontre dans le cadre de la mécanique quantique. Il suffit de savoir, ici, que la durée de l'émission des ondes électromagnétiques n'excède pas une durée de l'ordre de la vie moyenne de l'état excité. Des rayonnement dont l'énergie est de l'ordre de 0,1 MeV ont une fréquence de l'ordre de 2×10^{19} Hz. Avec $\tau \sim 1$ s on obtient la limite ultime $\frac{\Delta\nu}{\nu} \gtrsim 5 \times 10^{-20}$. Cette limite doit être comparée aux limites ultimes du domaine optique (pour l'ion Cr^{3+} du rubis $\Delta\nu \sim 10^3$ Hz et $\nu \sim 5 \times 10^{14}$ Hz soit $\frac{\Delta\nu}{\nu} \gtrsim 2 \times 10^{-12}$, ce qui est une très petite valeur dans le domaine optique). Bien évidemment, abaisser la limite théorique ultime ne signifie pas que celle-ci peut être atteinte. Il reste néanmoins que les raies de désexcitation spontanée des noyaux sont souvent très fines, beaucoup plus fines que dans le domaine optique.

2.3 Fission, Fusion

2.3.1 Fission

Nous avons vu (paragraphe 1.4.4, page 15) qu'un noyau dans un état excité est susceptible de se scinder en plusieurs parties. Une telle fission peut être spontanée; c'est le cas de la radioactivité α de l'uranium, ${}_{92}^{235}\text{U}$, par exemple. On peut aussi provoquer la fission en produisant à partir de l'uranium ${}_{92}^{235}\text{U}$ un noyau excité d'uranium-236 :



Si le noyau ${}_{92}^{236}\text{U}^*$ possède une énergie d'excitation supérieure à un certain seuil (qui dans ce cas est de l'ordre de $E_{\text{seuil}} = 5,3 \text{ MeV}$), il se décompose spontanément de diverses manières possibles.

En supposant que les énergies cinétiques de l'uranium-235 et du neutron sont négligeables, la conservation de l'énergie s'écrit

$$92m_P c^2 + 144m_N c^2 - B(235, 92) = 92m_P c^2 + 144m_N c^2 - B(236, 92) + Q$$

où $B(A, Z)$ est l'énergie de liaison.

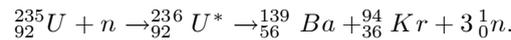
La première condition pour que la fission se produise est $Q \geq E_{\text{seuil}}$.

L'énergie $Q = B(236, 92) - B(235, 92)$ peut se calculer à partir de la formule de Bethe et Weizsäcker (1.1 page 12). On pose $Q = Q_0 + Q_{\text{app}}$ où Q_0 est calculé en "oubliant" le terme d'appariement, Q_{app} . On trouve $Q_0 \simeq 5,9 \text{ MeV}$ et $Q_{\text{app}} \simeq 0,8 \text{ MeV}$. La valeur de Q est supérieure à celle du seuil. La fission peut se produire avec des neutrons lents, des neutrons thermiques par exemple. Par contre, un calcul similaire avec ${}_{92}^{238}\text{U}$ donne $Q_0 \simeq 5,5 \text{ MeV}$ et $Q_{\text{app}} \simeq -0,8 \text{ MeV}$. Dans ce cas le seuil étant $5,5 \text{ MeV}$, la fission ne peut pas se produire sans un apport supplémentaire d'énergie. Les neutrons doivent dans ce cas être des neutrons "rapides" dont l'énergie cinétique doit être supérieure à $0,8 \text{ MeV}$.

Sur ces exemples, on remarquera l'importance du terme d'appariement.

La fission est dite "exoénergétique" lorsque l'énergie de liaison augmente dans la réaction. Dans un tel cas le système est devenu plus stable; son énergie interne a diminué.

Pour fixer les idées, considérons l'une des multiples réactions de fission de ${}_{92}^{235}\text{U}$:



L'utilisation de la formule de Bethe et Weizsäcker donne :

$$Q = B(139, 56) + B(94, 36) - B(235, 92) \simeq 166 \text{ MeV}.$$

De façon générale, le diagramme de la figure 1.4.2 page 11 montre que l'énergie de liaison par nucléon augmente lors de la fission de noyaux lourds en noyaux plus légers. De telles réactions sont donc généralement exoénergétiques (cf. figure 2-7 ci-après). En outre la proportion de neutrons dans les noyaux légers est plus faible que dans les noyaux lourds; des neutrons libres sont donc produits lors de la fission.

2.3.2 Fusion

Considérons deux protons. Ceux-ci se repoussent selon la loi de Coulomb avec une force qui dérive de l'énergie potentielle $V_C = \alpha \frac{\hbar c}{r}$ où α est la constante de structure fine ($\simeq 1/137$) et r la distance des deux protons. Les protons étant des nucléons, ils sont soumis à l'interaction forte. Pour $r \gtrsim 1 \text{ fm}$, la force d'interaction forte dérive de l'énergie potentielle de Yukawa, $V_Y = g \frac{\hbar c e^{-\mu r}}{r}$ où g est la constante de couplage des interactions fortes ($\simeq 14,5$).

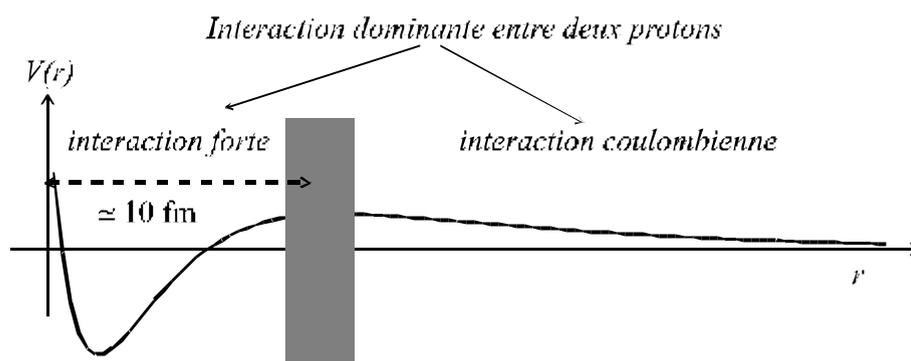


Figure 2-5.

L'énergie potentielle $V(r)$ est représentée sur la figure 2-5. Si les protons se rapprochent à une distance $r \sim 10$ fm, l'interaction forte domine (attraction entre les protons) et la réaction nucléaire ${}^1_1H + {}^1_1H \rightarrow {}^2_1H + e^+ + \nu$ peut intervenir. Le noyau ${}^2_1H = D$ est un noyau de deutérium, isotope de l'hydrogène qui intervient dans la composition de l'eau lourde (D_2O).

Un noyau de deutérium peut alors fusionner avec un noyau d'hydrogène : ${}^2_1H + {}^1_1H \rightarrow {}^3_2He + \gamma$ où γ est un photon et 3_2He un isotope de l'hélium.

Enfin, une dernière réaction conduit aux noyaux stable d'hélium et d'hydrogène : $2 {}^3_2He \rightarrow 2 {}^1_1H + {}^4_2He$. Le bilan de ces réactions est le suivant



Quatre noyaux d'hydrogène dont l'énergie de masse est $4m_P c^2 \simeq 3753,2$ MeV, fusionnent pour former un noyau d'hélium dont l'énergie de masse est $3727,4$ MeV et deux positons de masse égale à celle de l'électron ($2m_e c^2 \simeq 1,022$ MeV).

On obtient $Q = 3753,2 - (3727,4 + 1,022) = 24,778$ MeV $\simeq 25$ MeV.

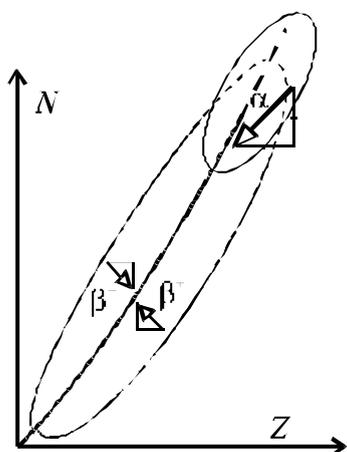


Figure 2-6.

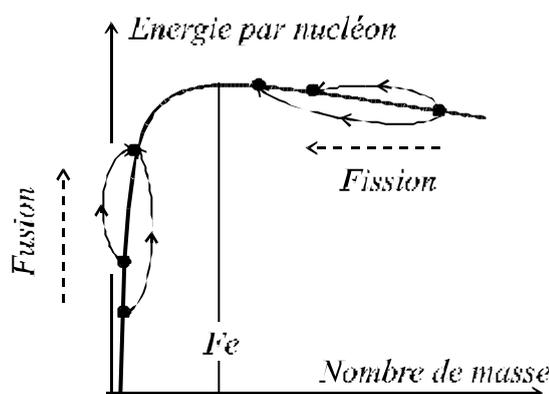


Figure 2-7.

Lors de la fusion d'éléments légers en un élément lourd, l'énergie de liaison par nucléon augmente : ces réactions sont donc exoénergétiques (voir la figure 2-7).

2.4 Les rayonnements ionisants

Les rayonnements γ sont susceptibles de ioniser l'air. Cette propriété a été utilisée pour caractériser les rayonnements. Le *röntgen* (ou roentgen) est la quantité de rayon-

nement qui produit une unité électrostatique (CGS) de chaque signe dans un 1cm^3 d'air normal et sec (1ues CGS $\simeq 3,3 \times 10^{-10}$ C). Cette unité prétendait mesurer les effets des rayonnements ionisants; elle est tombée en désuétude. L'expression "rayonnement ionisant" a cependant été conservée pour décrire l'ensemble des rayonnements émis lors des réactions nucléaires (rayonnement γ et particules), en particulier ceux émis par les sources radioactives, mais aussi les rayonnements X émis par les atomes.

2.4.1 Activité

Les sources radioactives, sont caractérisées leur **activité**; c'est-à-dire par le nombre de désintégrations par seconde qui se produisent en leur sein. L'unité en est le **becquerel** (1Bq = 1 désintégration par seconde). On utilisait autrefois le *curie* (1 Ci = $3,7 \times 10^{10}$ Bq), activité d'un gramme de radium. On remarquera que l'activité est homogène à l'inverse d'un temps. Le becquerel est donc homogène à 1s^{-1} , comme le hertz. Cependant ces grandeurs décrivent des phénomènes différents et il est important de ne pas les confondre.

Considérons une source radioactive de constante de temps τ . Le nombre de noyaux radioactifs évolue suivant la loi exponentielle $N = N_0 e^{-t/\tau}$. Le nombre de désintégrations pendant dt est $N(t) - N(t + dt) = -dN = N_0 \frac{e^{-t/\tau}}{\tau} dt = \frac{N}{\tau} dt$. L'activité, $A(t)$, de cette source, à l'instant t , est donc

$$A(t) = \frac{N(t)}{\tau} = A_0 e^{-t/\tau}$$

où $A_0 = \frac{N_0}{\tau}$ est l'activité à l'instant $t = 0$.

D'après la définition même de l'activité, si la source contient plusieurs substances radioactives, l'activité de la source est la somme des activités de ses constituants.

L'activité naturelle est très variable suivant la source considérée. Le tableau ci-dessous donne l'activité de diverses sources naturelles

Source	lait	eau de pluie	eau minérale
activité	80 Bq/kg	de 0,3 à 1 Bq/kg	peut dépasser 40 Bq/kg

Le radon-222 est un gaz de la série de l'uranium-238; il est présent sur les terrains granitiques. La radioactivité de l'air due au radon est très variable, de $1\text{Bq}/\text{m}^3$ à $10^4\text{Bq}/\text{m}^3$. Le corps humain est lui-même radioactif; son activité est de l'ordre de 10^4 Bq.

2.4.2 Effet de la radioactivité, notion de dose

Les rayonnements ionisants pénètrent dans la matière où ils sont absorbés. On définit la "**dose**" reçue comme l'énergie déposée dans l'unité de masse. La dose s'exprime en J/kg, l'unité de dose est le **gray** : $1\text{Gy} = 1\text{J kg}^{-1}$ (l'ancienne unité est le "rad" : $100\text{rad} = 1\text{Gy}$).

La dose absorbée ne donne qu'une indication grossière des effets biologiques que produit l'absorption de rayonnement ionisant.

Ces effets dépendent de nombreux facteurs : de l'organe concerné mais aussi de la nature du rayonnement. L'un des dangers majeurs encourus est la destruction de l'ADN des cellules. De ce point de vue, les particules massives sont beaucoup plus nocives que les rayons X . Pour en tenir compte, étant donné un organe particulier (poumon, rein, foie ...), on multiplie l'énergie absorbée par un coefficient qui dépend de la nature du rayonnement (par exemple, 1 pour les rayons X et 20 pour les particules α). On additionne toutes les énergie absorbées qui ont été ainsi pondérées; on obtient alors la "**dose équivalente**" pour l'organe considéré, exprimée en "**sievert**" (Sv). La somme des doses équivalentes reçues par tous les tissus et organes, pondérées en fonction de leur apport au risque total

est appelée ”*dose effective*”.(on utilise aussi, par abus de langage, l’expression ”dose équivalente”). Les doses équivalentes et les doses effectives s’expriment en ”*sievert*” (Sv). L’ancienne unité était le ”rem” : 1Sv=100rem.

La radioactivité naturelle est due aux rayons cosmiques et aux éléments radioactifs naturels présents dans l’environnement. Une partie importante de la dose reçue par l’homme tient au radon inhalé et aux éléments radioactifs ingérés, principalement ^{40}K . Le tableau ci-dessous donne une indication des doses effectives absorbées en moyenne en France.

Origine	inhalé	ingéré	tellurique ¹	cosmique ²	médicale ³	divers	Total ⁴
mSv/an	1,5	0,23	0,6	0,3	1,02	0,08	3,74

¹ : varie avec le lieu (et peut atteindre 2mSv en Bretagne). ² : varie avec l’altitude (la dose absorbée dans un voyage Paris-Los Angeles est 0,05mSv). ³ : une radiographie pulmonaire fournit 0,2mSv environ tandis qu’un scan complet du corps correspond à une dose 40 fois supérieure. ⁴ susceptible de varier du simple au double suivant les cas.

Les radioéléments ingérés se fixent pour partie dans le corps humain (les os par exemple) si bien que le corps humain est soumis à un rayonnement ionisant dont il est la source. L’activité du corps humain est de l’ordre de 10^4 Bq; la dose annuelle correspondante absorbée, qui est la dose minimale à laquelle nul ne peut échapper, est 1dari = 0,2mSv/an (dari = **d**ose **a**nnuelle due aux **r**adiations **i**nternes).

Ces données doivent être comparées aux normes de sécurité imposées suivant les catégories de populations (doses effectives à ne pas dépasser) :

1. **A** : Directement affectés aux travaux sous rayonnement (contrôles dosimétrique et médical systématiques) : 50mSv/an
2. **B** : Travaillant en zone contrôlée (contrôle dosimétrique systématique) : 15mSv/an
3. **C** : Public (aucun contrôle) : 5mSv/an

On estime que la dose effective absorbée en France, due aux sources industrielles (y compris les centrales nucléaires) et aux retombées des essais nucléaires n’excède pas 0,1mSv/an. A l’évidence, les problèmes spécifiques liés à l’utilisation des centrales nucléaires ne tiennent pas à la radioactivité des centrales en fonctionnement mais bien plus à la sécurité (accident des centrales de "Three Miles Island"- Pennsylvanie USA, 1979 et surtout de "Chernobyl"- Ukraine URSS, 1986) et à la gestion des déchets radioactifs de longue période.

Les effets nocifs d’une irradiation du corps humain sont multiples : leucémies, cataractes, cancers, etc... Ils dépendent de la façon dont s’est produite l’irradiation.

Les irradiations aiguës attaquent les cellules jeunes et assez peu différenciées. La cible privilégiée est la moelle osseuse où se fabriquent le sang et les gonades qui produisent les gamètes, mais aussi les cellules cancéreuses. Là se limite généralement le danger lorsque la dose absorbée n’excède pas 0,5Gy à 1Gy.

Lorsque la dose atteint 4 ou 5 grays, des vomissements et des diarrhées apparaissent. Si elle dépasse 50Gy, la mort survient en 2 ou 3 jours.

Les irradiations faibles (moins de 1Gy) produisent des effets retardés dont la cause n’est donc mise en évidence que de façon statistique. Les irradiation de ce type, produisent des cancers, elles ont, sur les embryons et les fœtus, des effets qui conduisent à des malformations.

2.4.3 Protection

Deux types de protections peuvent être mises en place.

1. Un contrôle permanent et l'isolement des sources de radioactivité permet de réduire les irradiations à un niveau tel que le risque reste du même ordre que le risque naturel. Une épaisseur d'acier de l'ordre de 20 mm permet de diviser par 2 le débit de dose de la radioactivité de ^{60}Co , ^{137}Cs , ^{192}Ir , tandis que 10 cm de béton produisent le même effet.

La loi d'absorption est une loi exponentielle. L'intensité du rayonnement (nombre de particules par unité de surface et unité de temps par exemple) est donnée en fonction de la profondeur de pénétration d :

$$\Phi = \Phi_0 e^{-\mu d} \quad (2.6)$$

Le tableau ci-dessous donne la pénétration, $1/\mu$, dans l'air et l'aluminium pour quelques cas particuliers.

$1/\mu$ (en cm)	particule α		proton p		électron e		rayon γ
énergie	air	Al	air	Al	air	Al	Al
1 MeV	0,5	0,0003	2,3	0,0014	314	0,15	16,4
5 MeV	3,5	0,0025	34	0,019	2000	0,96	7,6
10 MeV	10,7	0,0064	117	0,063	4100	1,96	6,25

2. Les accidents graves relèvent d'un traitement médical. Cependant lors d'une pollution accidentelle plusieurs méthodes doivent être mises en oeuvre. La décontamination consiste à éliminer les matières radioactives qui se déposent à la surface des sols ou sur les vêtements. Dans le cas d'une pollution due à un nuage radioactif comme celui de Chernobyl, une bonne hygiène alimentaire doit être mise en oeuvre afin de ne pas ingérer d'éléments à longue période effective qui pourraient se fixer dans le corps humain, comme le strontium-90 qui se fixe dans les os par exemple ($T_p \sim T_b \sim 30\text{ans}$). Pour éviter la fixation de certains éléments radioactifs on peut tenter de saturer les possibilités d'accueil au moyen des mêmes éléments stables. Des pastilles d'iode-127 peuvent être distribuées aux populations; l'iode-127 stable se fixe dans la thyroïde et empêche l'iode-131 radioactif ($T_p \sim 3\text{ans}$, $T_b \sim 2\text{ans}$) de venir s'y fixer.

2.5 Applications

Les applications de la physique nucléaire sont multiples.

- Les rayons γ sont utilisés en médecine, dans le **traitement des tumeurs** par exemple. Ils ont la propriété de détruire de façon sélective les cellules en voie de différenciation (cellules cancéreuses mais aussi la racine des cheveux!). Ces rayons γ peuvent être produits lors de désintégrations radioactives (cf. figure 2-1 page 23.) ou encore lors de la désexcitation de noyaux comme l'iode $^{125}_{53}\text{I}$.

On utilise aussi les substances radioactives comme **marqueurs**, pour réaliser des scintigraphies de la thyroïde ou du myocarde par exemple (On prend des photographies des organes irradiés et on reconstitue une image en 3 dimensions.). Dans ce cas, on sélectionne des substances rapidement éliminées par l'organisme car nous avons vu que la radioactivité peut aussi avoir des effets néfastes.

- La radioactivité est utilisée en géologie pour la **datation des roches**.

L'uranium-238 donne une cascade de décompositions radioactives qui s'achève avec $^{206}_{82}\text{Pb}$ qui est stable (cf. figure 2-4b page 24). Le plomb étant initialement absent, la proportion d'atomes de $^{206}_{82}\text{Pb}$ et de $^{238}_{92}\text{U}$ permet de déterminer l'âge de la formation géologique étudiée. La demi-vie de l'uranium-238 est $4,5 \times 10^9\text{ans}$; à cette échelle, on peut considérer que le passage du thorium-234 au plomb-206 est instantané. L'âge de la couche

géologique étant t , les nombres d'atomes d'uranium et de plomb sont respectivement $N_U = N_0 e^{-t/\tau}$ et $N_{Pb} = N_0 (1 - e^{-t/\tau})$ où N_0 est le nombre d'atomes d'uranium initialement présents dans la couche géologique tandis que $\tau = 6,5 \times 10^9 \text{ans}$ est la constante de temps radioactive. Il vient $t \simeq \tau \times \ln \left(1 + \frac{N_{Pb}}{N_U} \right)$. Le temps τ étant connu, la mesure de N_{Pb}/N_U donne l'âge, t , cherché. Divers autres éléments radioactifs sont utilisés, en particulier ^{40}K qui donne le noyau stable ^{40}Ca par radioactivité β^- (demi-vie de $1,3 \times 10^9 \text{ans}$). On détermine ainsi l'âge des volcans, l'âge de la Terre et des diverses couches géologiques.

En archéologie on utilise aussi le carbone-14 pour la **datation de certains objets**.

Le carbone ^{14}C est produit en permanence dans la haute atmosphère sous l'effet des rayonnements cosmiques. Par radioactivité β^- il donne ^{14}N , noyau stable d'azote. La demi-vie radioactive est $T \simeq 5700 \text{ans}$. Il s'établit un équilibre entre production et élimination de ^{14}C qui conduit à une concentration de $1,2 \times 10^{-12}$ de carbone-14 dans le carbone naturel (formé essentiellement de carbone-12). L'activité d'un kilogramme de carbone naturel est donc $A = N/\tau$, où N est le nombre d'atomes de carbone-14 par kilogramme et $\tau = T/0,693 \simeq 8270 \text{ans}$. On trouve $A \simeq 250 \text{Bq/kg}$. C'est l'activité d'un kilogramme de carbone dans un organisme vivant (plante ou animal) car la présence de carbone ne dépend que des réactions chimiques mises en jeu, lesquelles sont indépendantes de l'isotope considéré. Lorsque l'organisme meurt, le carbone n'est pas renouvelé et le carbone-14 disparaît progressivement. Le charbon de bois des grottes de Lascaux présente une activité de 36 Bq par kilogramme de carbone. L'activité suit une loi de décroissance exponentielle ($A = A_0 e^{-t/\tau}$). On en déduit $t = \tau \times \ln(250/36) \sim 16\,000 \text{ans}$. Il y a donc environ 16 000 ans que la plante dont était fait ce charbon de bois a cessé de vivre.

Cette méthode est basée sur l'hypothèse que la proportion de carbone-14 dans le carbone naturel est restée constante ($1,2 \times 10^{-12}$). Rien ne permet de douter fortement de cette hypothèse pour les 50 000 dernières années. Il semble cependant que cette proportion ait diminué (de quelques pourcents) depuis l'avènement de l'ère industrielle.

- Les réactions de fission nucléaire sont utilisées pour produire de l'électricité dans les **réacteurs nucléaires**. Nous avons remarqué que des réactions exoénergétiques se produisent lors de l'absorption de neutrons lents par un noyau d'uranium-235. Ces réactions produisent à leur tour des neutrons.

Ces neutrons rencontrent d'autres noyaux d'uranium-235 à la condition que ceux-ci ne soient pas trop rares.

Dans ces conditions les neutrons produits provoquent la fission d'autres noyaux d'uranium-235, fission qui produit des neutrons qui, à leur tour, provoquent ... etc.

De telles **réactions en chaîne** doivent être maîtrisées sinon elles deviennent explosives. Pour l'éviter, on ne stocke la matière fissile qu'en petite quantité. En effet, si la masse est inférieure à une masse dite "**masse critique**", les neutrons produits n'ont que peu de chance de rencontrer un noyau à désintégrer avant qu'ils ne quittent le matériau. Dans ces conditions, même si une première réaction survient par hasard, elle n'est suivie d'aucune réaction en chaîne.

Pour éviter les réactions en chaîne dans les réacteurs nucléaires on utilise des barres de contrôle (en bore par exemple) qui absorbent les neutrons à volonté.

Nous avons vu que les neutrons thermiques (neutrons lents) provoquent la fission de l'uranium-235. Les neutrons produits peuvent être ralentis au moyen d'un ralentisseur (eau lourde ou graphite) afin d'adapter leur vitesse de telle sorte qu'ils soient aisément absorbés par l'uranium-235.

L'énergie apparaît sous forme de chaleur. Celle-ci est évacuée par un fluide "**caloporteur**", eau, gaz ou métal liquide, le sodium par exemple, suivant la nature du

combustible[†] et le type de réacteur.

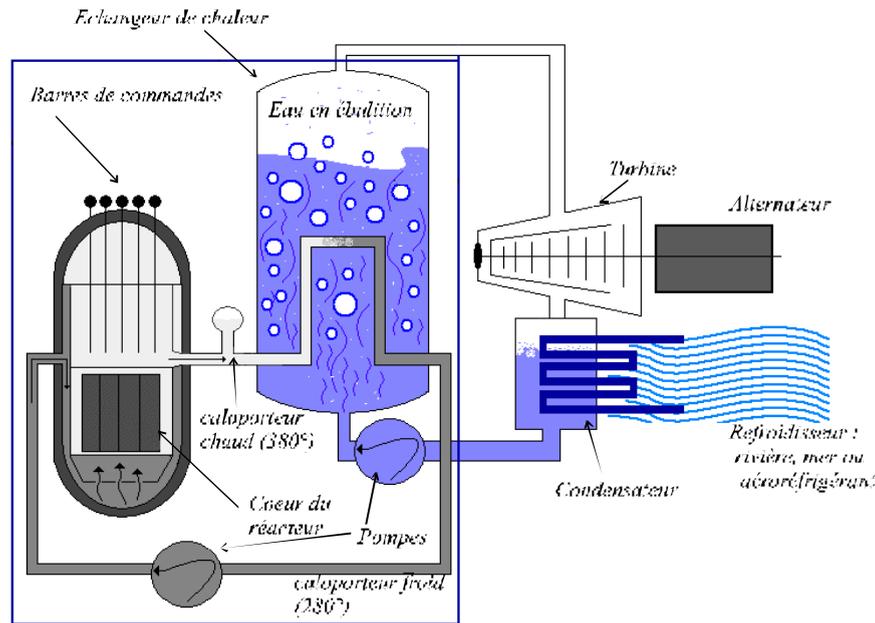


Figure 2-8.

Un réacteur nucléaire (figure 2-8) est donc une source de chaleur qui est utilisée comme source chaude d'un moteur thermique afin de produire de l'électricité.

Remarquons que l'uranium naturel est principalement constitué d'uranium-238. L'uranium-235 représente seulement 0,7% de l'uranium naturel qu'il faut donc enrichir (jusqu'à 3% environ) pour l'utiliser comme combustible nucléaire.

- Les réactions de fusion font l'objet de recherches depuis plusieurs décennies afin de pouvoir un jour maîtriser cette source d'énergie. De telles réactions se produisent lorsque deux nucléons s'approchent d'une dizaine de fermis (voir figure 2-5 page 27). Pour démarrer la réaction, il faut donc maintenir confinés des noyaux d'hydrogène, 1_1H , de deutérium 2_1H , de tritium 3_1H , et leur fournir une énergie cinétique suffisante pour vaincre la répulsion coulombienne, c'est à dire une énergie de l'ordre de $\alpha\hbar c \times \frac{1}{r} \simeq 0,14 \text{ MeV}$. Malgré la difficulté de l'entreprise, on a déjà observé des réactions thermonucléaires en laboratoire mais un long chemin reste à parcourir pour aboutir dans des conditions de sécurité acceptables, à des coûts acceptables.

Les réactions de fusion se produisent dans les étoiles. La réaction décrite au paragraphe 2.3.2 page 26 est la principale source d'énergie dans les étoiles comme notre Soleil, étoile de la "séquence principale", de "type G". L'étude des quantités d'hydrogène et d'hélium dans le soleil montre que celui-ci est vieux de $4,5 \times 10^9 \text{ ans}$ environ et qu'il va "brûler" son hydrogène pendant le même laps de temps environ. Lorsque l'hydrogène aura disparu, une contraction du Soleil se produira (aucune pression interne ne s'opposant plus à la gravité). Cette contraction provoquera un échauffement suffisant pour que les noyaux d'hélium subissent eux-même une fusion qui produira du carbone (c'est le flash de l'hélium). Ainsi, des réactions successives démarreront, avec une alternance de contractions et de dilatations. Le Soleil pourra même se dilater au delà de l'orbite de la Terre, devenant ainsi une "géante rouge".

[†]L'uranium-235 n'est pas le seul combustible possible, l'uranium naturel (238) est également utilisé.

Si le Soleil était une étoile de grande masse (plusieurs masses solaires) les réactions ultérieures donneraient une explosion (super nova). Il resterait alors un noyau stellaire très dense (étoile à neutron). Il se pourrait même qu'un trou noir se forme.

La masse de notre Soleil est trop petite pour de tels mécanismes. Les réactions de fusion se succéderont jusqu'à la production des noyaux les plus stables (voir figure 2-7 page 27) et le sort final du Soleil sera sans doute celui d'une naine blanche, en fer peut-être.

Annexe

1- Initialement, à l'instant $t = 0$, le système n'est pas désintégré. Soit $p(t)$ la probabilité pour que le système ne soit pas désintégré à l'instant t .

La probabilité pour que le système ne soit pas désintégré à l'instant $t + dt$ est égale au produit de la probabilité $p(t)$, qu'il ne le soit pas à l'instant t par la probabilité $1 - dt/\tau$, qu'il ne se désintègre pas pendant dt . Ainsi il vient $p(t + dt) = p(t) \times (1 - dt/\tau)$. On en déduit $p(t + dt) - p(t) := dp = -p \frac{dt}{\tau}$. Cette équation s'intègre : $p = p_0 e^{-t/\tau}$ où p_0 est une constante d'intégration. Les conditions initiales signifient qu'à l'instant $t = 0$ nous sommes certains que le système n'est pas désintégré : $p(0) = 1$. On en déduit $p(t) = e^{-t/\tau}$.

2a- A l'instant $t = 0$ nous disposons de N systèmes non désintégrés. Nous considérons le cas où à l'instant t , le nombre de systèmes non désintégrés est k . Cette éventualité peut être réalisée en tirant k systèmes de l'ensemble N de toutes les manières possibles. Il y a $C_N^k = \frac{N!}{k!(N-k)!}$ tirages différents possibles. Chaque tirage présente donc k système non désintégrés et $N - k$ systèmes désintégrés. La probabilité d'un tel événement est $p(t)^k \times (1 - p(t))^{N-k}$. Comme l'éventualité considérée peut être réalisée par C_N^k événements indépendants, la probabilité de disposer à l'instant t de k systèmes non désintégrés est $P_k(t) = C_N^k \times p(t)^k (1 - p(t))^{N-k} = \frac{N!}{k!(N-k)!} p(t)^k (1 - p(t))^{N-k}$

2b- L'espérance mathématique de k est

$$n(t) := \langle k \rangle := \sum_k k P_k(t) := \sum_k k \times C_N^k p(t)^k (1 - p(t))^{N-k}.$$

Formons $F(x, y) := \sum_k k \times C_N^k x^k y^{N-k} = x \times \frac{\partial}{\partial x} \left(\sum_k C_N^k x^k y^{N-k} \right)$. Nous utilisons la relation $\sum_k C_N^k x^k y^{N-k} = (x + y)^N$; il vient $F(x, y) = x \times N (x + y)^{N-1}$. Nous posons $x = p(t)$ et $y = 1 - p(t)$, dans ces conditions, $F = n(t)$ par définition et $F = p(t) \times N$ on en déduit $n(t) = N p(t) = N e^{-t/\tau}$.

3- Pour calculer la moyenne de k^2 on opère de façon semblable.

On pose $G(x, y) := \sum_k k^2 \times C_N^k x^k y^{N-k}$.

On vérifie la relation

$$G(x, y) = x \frac{\partial}{\partial x} \left(x \frac{\partial}{\partial x} \left(\sum_k C_N^k x^k y^{N-k} \right) \right) = x \frac{\partial}{\partial x} \left(x \frac{\partial}{\partial x} (x + y)^N \right).$$

En posant $x = p$ et $y = 1 - p$, on trouve

$$G(p, 1-p) = \langle k^2 \rangle = Np - Np^2 + N^2p^2.$$

La variance de la loi de probabilité suivi par k est

$$\mathcal{V} = \langle k^2 \rangle - \langle k \rangle^2 = Np(1-p).$$

C'est la racine de cette quantité que l'on considère comme un indicateur de la dispersion des résultats possibles lors de la mesure de k : $\Delta n = \sqrt{Np(1-p)}$. On en déduit $\Delta n/n = \sqrt{1-p}/\sqrt{n} \leq 1/\sqrt{n}$.

4- La probabilité, $\pi(t)dt$, pour qu'un système se désintègre entre t et $t + dt$ s'obtient en remarquant que le système ne doit pas être désintégré à l'instant t (probabilité $p(t)$) et qu'il doit se désintégrer pendant le temps dt (probabilité dt/τ). On trouve donc $\pi(t)dt = p(t) \times dt/\tau$. La durée de vie moyenne du système est donc

$$\langle t \rangle = \int_0^\infty t \pi(t)dt = \int_0^\infty t e^{-t/\tau} \frac{dt}{\tau} = \tau.$$

On démontre que l'écart type de cette loi est $\Delta t = \tau$. C'est un ordre de grandeur de la dispersion, autour de $\langle t \rangle$, des résultats des mesures de temps de vie. Remarquons que cette dispersion (appelée parfois "*incertitude*") n'est pas due à une imprécision des mesures ; c'est une dispersion fondamentalement liée au phénomène de la radioactivité. La durée de vie moyenne est égale à la constante de temps de la radioactivité et à l'écart quadratique moyen des résultats des mesures de la durée de vie : $\langle t \rangle = \tau = \Delta t$