

## A - Éléments orbitaux

Un satellite artificiel tourne autour de la Terre (considérée sphérique de rayon  $R_{\oplus}$  et de masse  $M_{\oplus}$ ) en 5h 6mn 47s. Son orbite a une excentricité de  $e = 0,1725$  et une inclinaison de  $i = 29^{\circ} 34'23''$ . On suppose que son mouvement est képlerien.

1. Calculer le demi grand axe de l'orbite du satellite, sa hauteur au-dessus de la surface terrestre à son périégée et à son apogée.
2. Calculer les vitesses maximale et minimale du satellite. Quelle vitesse supplémentaire minimale faudrait-il lui imprimer à son apogée pour qu'il quitte la Terre définitivement ?
3. Le noeud ascendant de l'orbite coïncidant avec le périégée, quelle est la hauteur maximale du satellite au-dessus du plan de l'équateur céleste ? Qu'en déduisez vous sur la visibilité du satellite du pôle nord terrestre ? Du pôle sud terrestre ?

## B - Orbite de transfert de Hohmann

On considère un satellite artificiel dont la trajectoire est circulaire de rayon  $r_1 = a$ . On veut transférer ce satellite sur une autre orbite circulaire, dans le même plan, de rayon  $r_2 = a + \Delta a$ . Le transfert de Hohmann est une trajectoire permettant de passer de la première orbite circulaire à la deuxième en utilisant uniquement deux manœuvres impulsives, et consommant le moins d'énergie possible. On applique d'abord un changement de vitesse  $\Delta v_1$  tangentiellement à la trajectoire circulaire pour changer l'orbite en une ellipse de périégée  $r_1$  et d'apogée  $r_2$ . À l'apogée, on applique un changement de vitesse  $\Delta v_2$ , toujours tangentiellement à l'orbite, pour « circulariser » l'orbite à un rayon  $r_2$ .

1. Calculer le changement de vitesse total  $\Delta v = \Delta v_1 + \Delta v_2$  nécessaire pour transférer le satellite de la première orbite circulaire à la deuxième.
2. Faire un développement limité du résultat en supposant  $\Delta a \ll a$  et démontrer que, au premier ordre, le changement de vitesse total est égal à la différence des vitesses orbitales.
3. Vérifier la justesse de l'approximation dans le cas d'une manœuvre consistant à modifier l'altitude d'un satellite de 750 à 775 km.

## Annexe - Valeurs numériques utiles

- Rayon terrestre :  $R_{\oplus} \simeq 6378$  km
- Masse de la Terre :  $GM_{\oplus} \simeq 3.985.10^{14}$  m<sup>3</sup>.s<sup>-2</sup>