

## A - Les premiers instruments : détermination de la latitude

Les premiers instruments de navigation tels que le Kamal et le sextant servaient à mesurer des angles.

1. Montrer que l'angle entre l'horizon et l'étoile Polaire correspond à la latitude du lieu d'observation.
2. Expliquer le principe du sextant.
3. Quel est le problème dans l'hémisphère sud ?
4. Expliquer une méthode de détermination de la latitude qui utilise l'observation du Soleil.
5. Quel est le principal inconvénient de ces méthodes ?

## B - Quelques ordres de grandeur

Le système GPS est constitué de satellites orbitant à environ 20 200 km d'altitude. Les satellites du système GALILEO orbitent quant à eux à environ 23 200 km. Chaque satellite envoie une onde électromagnétique vers un récepteur au sol qui mesure temps de propagation du signal entre le satellite et le sol.

1. Pour chaque système, calculer un ordre de grandeur du temps de parcours du signal électromagnétique envoyé vers le récepteur au sol.
2. On veut une précision de l'ordre du mètre sur le GPS au sol. Quelle précision sur la mesure du temps de parcours doit être capable de fournir l'horloge ?
3. Chaque satellite envoie un train d'onde vers le récepteur. Combien de satellites sont alors nécessaires à la localisation sur le globe terrestre ?
4. L'orbite des satellites de positionnement est quasi-circulaire. Calculer leur vitesse orbitale.
5. Pour arriver à un positionnement précis, il est nécessaire de prendre en compte certains effets intervenant dans l'expression de la pseudo-distance entre le satellite et le récepteur. En particulier, on corrige les effets relativistes. Au premier ordre, il en existe deux types : le premier est lié au mouvement des horloges, le second au potentiel gravitationnel dans lequel l'horloge est plongée. On peut alors écrire le temps propre de l'horloge en fonction du temps coordonnée du système comme

$$d\tau = \left( 1 - \frac{v^2}{2c^2} - \frac{\phi_{\oplus}}{c^2} \right) dt$$

- (a) Calculer le retard accumulé à cause de l'effet de dilatation du temps en une journée par l'horloge du satellite par rapport au temps coordonnée. Quelle erreur sur la distance cela représente-t-il ?
  - (b) Donner l'expression du potentiel gravitationnel terrestre  $\phi_{\oplus}$  pour le satellite et pour le récepteur.
  - (c) Donner le décalage entre les temps propres des horloges (embarquée et au sol) dû à la gravitation. Quel retard cela représente-t-il sur une journée ? À quelle erreur sur la distance cela correspond-il ?
  - (d) Conclure sur l'importance des corrections relativistes.
6. Quelles autres sources de perturbations pouvez-vous imaginer sur le signal ?

## C - Valeurs numériques utiles

- Vitesse de la lumière dans le vide :  $c \simeq 2.998.10^8 \text{ m.s}^{-1}$
- Rayon terrestre :  $R_{\oplus} \simeq 6378 \text{ km}$
- Masse de la Terre :  $GM_{\oplus} \simeq 3.985.10^{14} \text{ m}^3.\text{s}^{-2}$
- Altitude GPS :  $h_{GPS} = 20200 \text{ km}$
- Altitude GALILEO :  $h_{GAL} = 23200 \text{ km}$